

2^E DEELTENTAMEN CONTINUE WISKUNDE

9 januari 2012

-
- Op de achterzijde staan twee opgaven en een lijstje formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
 - Het cijfer is 1 plus het totaal aantal punten gedeeld door 6.
-

OPGAVE 1. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2}{x^2}$.

- a) (2) Laat zien dat f een nulpunt heeft in het interval $[-5/4, -1]$.
- b) (8) Bepaal het domein van f , bepaal eventuele verticale, horizontale, of scheve asymptoten van f , bepaal maxima en minima van f met plaats, aard en grootte, bepaal waar f stijgt en daalt, en schets de grafiek van f .

OPGAVE 2.

- a) (5) Bereken $\int_0^{\sqrt{(\pi/2)^2-1}} \frac{x \sin \sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}} \cdot dx$.
- b) (5) Bepaal de primitieven van $x^2 e^{2x}$.

OPGAVE 3. Gegeven is de functie $f(x, y) = x^2y + 2xy + 3y^3$.

- a) (3) Bepaal $\lim_{y \rightarrow \infty} f(0, y)$ en $\lim_{y \rightarrow -\infty} f(0, y)$. Neemt f een absoluut maximum of absoluut minimum aan? Motiveer je antwoord.
- b) (7) Laat zien dat $(0, 0)$, $(-2, 0)$, $(-1, \frac{1}{3})$, $(-1, -\frac{1}{3})$ de enige vier stationaire punten zijn van f . Ga voor elk van die punten na of het een zadelpunt is van f , of dat f in dat punt een maximum of minimum aanneemt.
- c) (5) Bepaal de richtingsafgeleide van f in $(0, 1)$ in de richting $(3, -4)$.

ZOZ

OPGAVE 4. Gegeven is de machtreeks $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n+1)}{n} \cdot x^n$.

- a) (5) Bepaal de convergentiestraal van deze machtreeks.
b) (5) Convergeert de machtreeks voor $x = \frac{1}{3}$? Motiveer je antwoord.

OPGAVE 5.

- a) (5) Bepaal de primitieven van $\frac{\ln x}{x^2}$.
b) (5) Bewijs dat $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$ convergeert.
c) (5) We benaderen $s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^2}$ door $s^* = \sum_{n=1}^{10^6} \frac{\ln n}{n^2}$. Laat zien dat $|s - s^*| < (1 + 6 \ln 10)/10^6$.

FORMULEBLAD

Goniometrie

$$\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y \quad \cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$
$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^q} = 0, \text{ als } q > 0.$$

Afgeleiden

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$
$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$(\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$