

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 1

maandag 16 november 2020, 9:00-11:00

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam (in HOOFDLETTERS) en collegekaartnummer in.
 - Op de achterzijde staan vier opgaven. Op bladzijde 3 staat een lijstje met formules die je mag gebruiken.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord door middel van een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/10.
-

- 10 **1.a)** Bepaal de nulpunten van $x^3 + 4x - 16$.
- 5 **b)** Gegeven is $f(x) = x^3 + 4x - 15$. Laat zien dat f een nulpunt heeft in het open interval $(1, 2)$. Leg uit dat dit het enige nulpunt is van f .
- 5 **c)** Bepaal de scheve asymptoot van $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + x}$ voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.
- 10 **2.** Gegeven is een rechthoekig blok met zijden x , $2x$ en y . De oppervlakte van dit blok is gelijk aan $4x^2 + 6xy = 12$. Bepaal $x > 0$, $y > 0$ zodat de inhoud $2x^2y$ van dit blok maximaal is.

3. Gegeven is de functie $f_c(x) = \begin{cases} c^2 - 2x & \text{voor } 0 \leq x < 2, \\ 3c(x - 3) & \text{voor } 2 \leq x \leq 3. \end{cases}$

10 a) Bepaal de waarde(n) van c waarvoor $\lim_{x \rightarrow 2} f_c(x)$ bestaat. Is f_c voor die waarde(n) van c continu in $x = 2$?

6 b) Schets de grafiek van f_1 .

4 c) Geef de extremen van f_1 op $[0, 3]$ met plaats, grootte en aard. Je hoeft die niet uit te rekenen; maak gebruik van de grafiek uit c).

10 4.a) Bereken $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} + \ln x + \frac{2}{\pi} \sin \pi x - 1}{(x - 1)^2}$.

10 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{1 + x^8} - x^4 \right)$.

5. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{2x^4 + 1}{x^4 - 1}$.

6 a) Bepaal het domein van f . Geef aan waar $f(x) > 0$, waar $f(x) < 0$ en waar $f(x) = 0$. Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

4 b) Ga na of f horizontale of scheve asymptoten heeft voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$ en zo ja, bepaal deze.

6 c) Bepaal voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is. Bepaal ook de eventuele extremen van f met plaats, grootte en aard.

4 d) Schets de grafiek van f .

4 6.a) Bepaal de eerste, tweede en derde afgeleide van

$$f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1+2x}.$$

3 b) Bepaal het tweede Taylorpolynoom $p_{2,0}(x)$ rond $x = 0$ van $f(x)$.

3 c) Bepaal de Lagrange-restterm $R_{3,0}(x)$ van $f(x)$.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{b^x} = 0 \text{ als } b > 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^a}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$
