

HERKANSING CONTINUE WISKUNDE 1

woensdag 10 januari 2018, 14:00-16:00

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam en collegekaartnummer in.
 - Op de achterzijde staan vier opgaven en een lijstje met formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/5.
-

1. Gegeven is de functie $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

- 2 a) Laat zien dat f in elk van de intervallen $(-2, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 2)$ een nulpunt heeft.
- 3 b) Schets de grafiek van f en laat hiermee zien dat f niet meer dan drie nulpunten heeft.
- 5 c) Bepaal de scheve asymptoot van $g(x) := \frac{x^3 - 3x + 1}{x^2 + x}$ voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.

2. Gegeven is de functie

$$f_c(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 + x + c} & \text{voor } x < 0, \\ 1 & \text{voor } x = 0, \\ \frac{x^2 + c}{x + c^2} & \text{voor } x > 0. \end{cases}$$

- 6 a) Bepaal $\lim_{x \uparrow 0} f_c(x)$ en $\lim_{x \downarrow 0} f_c(x)$ voor elke waarde van c . Bekijk eerst het geval $c \neq 0$ en daarna het geval $c = 0$.
- 4 b) Bepaal voor welke waarde(n) van c $\lim_{x \rightarrow 0} f_c(x)$ bestaat en voor welke waarde(n) van c f_c continu is in $x = 0$.

- 5 **3.** Een rechthoekige doos met zijden x , x en y heeft oppervlakte $2x^2 + 4xy = 6$ en inhoud x^2y . Bepaal positieve getallen x en y zodat de inhoud maximaal is.
- 5 **4.a)** Bereken $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{1 - \cos x}$.
- 5 **b)** Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{1 + 4^x} - 2^x)$.
- 5 **5.** Bepaal het derde Taylorpolynoom $p_{3,1}(x)$ van $(\ln x)^2$ rond $x = 1$.
- 6.** Gegeven is de functie $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^4}$.
- 3 **a)** Bepaal het domein van f . Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.
- 2 **b)** Bepaal de horizontale asymptoten van f voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.
- 3 **c)** Bepaal voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is. Bepaal ook de eventuele extremen van f met plaats, grootte en aard.
- 2 **d)** Schets de grafiek van f .

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$
