

HERKANSING CONTINUE WISKUNDE 1

maandag 27 januari 2020, 14:15-16:15

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam (in HOOFDLETTERS) en collegekaartnummer in.
 - Op blz. 2 staan opgaven 4,5,6,7. Op blz. 3 staat een lijstje met formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord door middel van een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/10.
-

- 10 1. Bepaal voor $n = 1, 2, 3$ of de functie $f_n(x) = \frac{x^n}{x^2 + x + 1}$ horizontale of scheve asymptoten heeft voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$. Zo ja, bepaal die asymptoten.
- 10 2. Gegeven zijn twee getallen x, y met $x + y = 1$ en $x \geq 0, y \geq 0$. Bepaal x en y zodat $x^2 + 2y^2$ minimaal is, en bepaal x en y zodat $x^2 + 2y^2$ maximaal is.
3. Gegeven is de functie $f(x) = x^5 - 2x^3 + 3x - 22$.
- 4 a) Bepaal een nulpunt van f (één is genoeg, je hoeft ze hier niet allemaal te bepalen).
- 6 b) Onderzoek waar de functie f stijgend of dalend is, ga na of f extremen heeft en zo ja, bepaal deze. Heeft f nog andere nulpunten buiten die ene uit a)?

4. Gegeven is de functie

$$f_c(x) = \begin{cases} \ln(x^2 + e^c) & \text{voor } x < 0, \\ c^3 & \text{voor } x = 0, \\ c^2 \cos(x - \pi/3) & \text{voor } x > 0. \end{cases}$$

6 a) Bepaal de waarde(n) van c waarvoor $\lim_{x \rightarrow 0} f_c(x)$ bestaat.

4 b) Bepaal de waarde(n) van c waarvoor $f_c(x)$ continu is in $x = 0$.

5. Bereken de volgende limieten:

10 a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{e^{2x} - 2e^x + 1}$.

10 b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 2^x + x}{3^x + \sqrt{x}}$.

6. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{1}{x^3 - 3x}$.

5 a) Bepaal het domein van f . Geef aan waar $f(x) = 0$, waar $f(x) > 0$ en waar $f(x) < 0$. Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

5 b) Ga na of f horizontale of scheve asymptoten heeft voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$ en zo ja, bepaal deze.

6 c) Bepaal voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is. Bepaal ook de eventuele extremen van f met plaats, grootte en aard.

4 d) Schets de grafiek van f .

10 7.a) Bepaal het 3^e Taylorpolynoom $p_{3,0}(x)$ van $f(x) = \ln(x+1)$ rond $x = 0$.

5 b) Bepaal de restterm $R_{4,0}(x)$.

5 c) Laat zien dat $|\ln(1,0001) - p_{3,0}(0,0001)| \leq \frac{1}{4} \cdot 10^{-16}$.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{b^x} = 0 \text{ als } b > 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^a}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$
