

HERKANSING CONTINUE WISKUNDE 1

dinsdag 21 december 2021, 14:15-16:15

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam (in HOOFDLETTERS) en collegekaartnummer in.
 - Op de achterzijde staan vier opgaven. Op bladzijde 3 staat een lijstje met formules die je mag gebruiken.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord door middel van een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/10.
-

- 8 **1.a)** Bepaal de nulpunten van $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$.
- 8 **b)** Bepaal waar $f(x)$ stijgt of daalt en bepaal de eventuele extremen van $f(x)$ met plaats, grootte en aard. Schets de grafiek van $f(x)$.
- 4 **c)** Bepaal de scheve asymptoot van $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 2}$ voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.
- 10 **2.** Een rechthoekig blok heeft zijden $x, y, 3y$. De lichaamsdiagonaal van dit blok heeft lengte $\sqrt{x^2 + y^2 + (3y)^2} = \sqrt{x^2 + 10y^2} = 1$. Bepaal x en y zodat de inhoud $x \cdot y \cdot 3y = 3xy^2$ van dit blok maximaal is.

3. Gegeven is de functie $f_c(x) = \begin{cases} 4 \cdot c^{x-1} & \text{voor } x < 0, \\ 5 - c & \text{voor } x = 0, \\ c^{1-x} - 3 & \text{voor } x > 0. \end{cases}$

12 a) Bepaal de waarde(n) van c met $c > 0$ waarvoor $f_c(x)$ links-continu is in $x = 0$, de waarde(n) van c met $c > 0$ waarvoor $f_c(x)$ rechts-continu is in $x = 0$, en de waarde(n) van c met $c > 0$ waarvoor $f_c(x)$ continu is in $x = 0$.

8 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} f_c(x)$ voor elke waarde van c met $c > 0$.

10 4.a) Bereken $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x + \pi \ln x}{(x-1)^2}$.

10 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 2^x + x^{100}}{3^x - x^{80}}$.

5. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{\frac{1}{4}x^4 + 4}{x^4 - 1}$.

6 a) Bepaal het domein van f . Geef aan waar $f(x) > 0$, waar $f(x) < 0$ en waar $f(x) = 0$. Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

4 b) Ga na of f horizontale of scheve asymptoten heeft voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$ en zo ja, bepaal deze.

2 c) Laat zien dat $f'(x) = \frac{-17x^3}{(x^4 - 1)^2}$.

4 d) Bepaal voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is. Bepaal ook de eventuele extremen van f met plaats, grootte en aard.

4 e) Schets de grafiek van f .

4 6.a) Bepaal de eerste, tweede en derde afgeleide van $f(x) = e^{e^x - 1}$ (e verheffen tot de macht $e^x - 1$).

3 b) Bepaal het tweede Taylorpolynoom $p_{2,0}(x)$ rond $x = 0$ van $f(x)$.

3 c) Bepaal de Lagrange-restterm $R_{3,0}(x)$ van $f(x)$ rond $x = 0$.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{b^x} = 0 \text{ als } b > 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^a}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$
