

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 1

vrijdag 26 oktober 2018, 11:00-13:00

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam (in BLOKLETTERS) en collegekaartnummer in.
 - Op de achterzijde staan vier opgaven en op blz. 3 een lijstje met formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/10.
-

1. Gegeven is de functie

$$f_c(x) = \begin{cases} \cos(x + \pi/4) & \text{voor } x < 0, \\ 2^{x+c} & \text{voor } 0 \leq x < 1, \\ 8 & \text{voor } x = 1, \\ 2^{c^2-x} & \text{voor } x > 1. \end{cases}$$

- 8 a) Bepaal de waarde(n) van c waarvoor $\lim_{x \rightarrow 0} f_c(x)$ bestaat. Is f_c voor die waarde(n) van c continu in $x = 0$? Motiveer je antwoord.
- 12 b) Bepaal de waarde(n) van c waarvoor f_c links-continu is in $x = 1$ en de waarde(n) van c waarvoor f_c rechts-continu is in $x = 1$. Zijn er waarde(n) van c waarvoor f_c continu is in $x = 1$?
- 10 2. Een cylinder met straal r en hoogte h heeft oppervlakte $2\pi r h + 2\pi r^2 = 1$. Bepaal r en h zodat de inhoud $\pi r^2 h$ van de cylinder maximaal is (druk h uit in r).

- 6 **3.a)** Bepaal de nulpunten van $f(x) = x^4 + x^3 + 2x + 2$.
- 8 **b)** Zij $g(x) = x^4 + x^3 + 2x + 1$ (dus een andere functie dan in a)!).
Laat zien dat g een nulpunt heeft in $(-2, -1)$ en een nulpunt in $(-1, 0)$. Heeft g nulpunten in $[0, \infty)$?
- 6 **c)** Bepaal de scheve asymptoot van $h(x) = \frac{x^4 + x^3 + 2x + 1}{x^3 + 2}$ voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.
- 12 **4.a)** Bereken $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(1+x) - 2x + x^2}{x^3 + x^5}$.
- 8 **b)** Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/\sqrt[23]{x}}$.
- 10 **5.** Bepaal het tweede Taylorpolynoom $p_{2,0}(x)$ van $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$ rond $x = 0$.
- 6.** Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - x - 2}$.
- 6 **a)** Bepaal het domein van f . Bepaal de verticale asymptoten van f .
Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.
- 4 **b)** Bepaal de horizontale asymptoten van f voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.
- 6 **c)** Bepaal voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is.
Bepaal ook de eventuele extremen van f met plaats, grootte en aard.
- 4 **d)** Schets de grafiek van f .

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{b^x} = 0 \text{ als } b > 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^a}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$
