

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 1

vrijdag 25 oktober 2019, 14:15-16:15

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam (in HOOFDLETTERS) en collegekaartnummer in.
 - Op de achterzijde staan vier opgaven en een lijstje met formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord door middel van een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/10.
-

- 8 1.a) Bepaal de nulpunten van $x^3 - 3x - 2$.
- 4 b) Gegeven is de functie $f(x) = x^3 - 3x - 3$ (dus een andere functie dan in a)!). Laat zien dat f een nulpunt heeft in $(2, 3)$.
- 8 c) Bepaal de extremen van f met plaats, grootte en aard en schets de grafiek van f . Heeft f buiten het nulpunt in b) nog andere nulpunten?

2. Gegeven is de functie

$$f_c(x) = \begin{cases} \frac{2\log(x^c)}{x-1} & \text{voor } 1 < x < 2, \\ c^2 & \text{voor } x = 2, \\ x - c^2 & \text{voor } x > 2. \end{cases}$$

- 12 a) Bepaal de waarde(n) van c waarvoor f_c links-continu is in $x = 2$, de waarde(n) van c waarvoor f_c rechts-continu is in $x = 2$, en de waarde(n) van c waarvoor f_c continu is in $x = 2$.
- 8 b) Bepaal $\lim_{x \downarrow 1} f_c(x)$ voor elke waarde van c .

- 10 **3.** Gegeven zijn twee positieve getallen x, y met $xy = 1$. Bepaal x en y zodat $x^3 + y^2$ minimaal is.
- 10 **4.** Bereken $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x) + 1}{(\ln x)^2}$.
- 10 **5.a)** Bepaal het 2^e Taylorpolynoom $p_{2,4}(x)$ van $f(x) = x^{3/2}$ rond $x = 4$.
- 5 **b)** Bepaal de restterm $R_{3,4}(x)$.
- 5 **c)** Laat zien dat $|(4, 5)^{3/2} - p_{2,4}(4, 5)| \leq 2^{-10}$.
- 6.** Gegeven is de functie $f(x) = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$.
- 5 **a)** Bepaal het domein van f . Geef aan waar $f(x) = 0$, waar $f(x) > 0$ en waar $f(x) < 0$. Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.
- 5 **b)** Ga na of f horizontale of scheve asymptoten heeft voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$ en zo ja, bepaal deze.
- 6 **c)** Bepaal voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is. Bepaal ook de eventuele extremen van f met plaats, grootte en aard.
- 4 **d)** Schets de grafiek van f .

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{b^x} = 0 \text{ als } b > 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^a}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$