

# TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 1

vrijdag 23 oktober 2020, 9:00-11:00

---

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam (in HOOFDLETTERS) en collegekaartnummer in.
  - Op de achterzijde staan vier opgaven. Op bladzijde 3 staat een lijstje met formules die je mag gebruiken.
  - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
  - Motiveer elk antwoord door middel van een berekening of redenering.
  - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/10.
- 

- 12    **1.a)** Bepaal de nulpunten van  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ .
- 8      **b)** Bepaal de extremen van  $f(x)$  op  $[-2, 5]$  met plaats ( $x$ -coördinaat), grootte ( $y$ -coördinaat) en aard (maximum/minimum, absoluut/relatief).
- 10    **2.** Een kegel met straal  $r$  en hoogte  $h$  heeft inhoud  $\frac{1}{3}\pi r^2 h = 1$  en oppervlakte  $\pi r^2 + \pi r h$ . Bepaal  $r > 0$  en  $h > 0$  zodat de oppervlakte minimaal is.

3. Gegeven is de functie  $f_c(x) = \begin{cases} 2 \sin x + c & \text{voor } x < \pi, \\ c^3 & \text{voor } x = \pi \\ (c^2)^{x/\pi} & \text{voor } x > \pi. \end{cases}$

12 a) Bepaal de waarde(n) van  $c$  waarvoor  $f_c$  links-continu is in  $x = \pi$ , de waarden(n) van  $c$  waarvoor  $f_c$  rechts-continu is in  $x = \pi$ , en de waarde(n) van  $c$  waarvoor  $f_c$  continu is in  $x = \pi$ .

8 b) Schets de grafiek van  $f_1(x)$  op  $[0, 2\pi]$ . Je hoeft niet de maxima en minima en dergelijke op te schrijven. Gebruik wat je weet van de grafiek van sinus.

10 4.a) Bereken  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - \ln(1+x)}{\sin^2 x}$ .

10 b) Bereken  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/\sqrt[3]{x}}$ .

5. Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^4}$ .

6 a) Bepaal het domein van  $f$ . Geef aan waar  $f(x) > 0$ , waar  $f(x) < 0$  en waar  $f(x) = 0$ . Bepaal de verticale asymptoten van  $f$ . Bepaal voor elke verticale asymptoot  $x = a$  de limieten  $\lim_{x \uparrow a} f(x)$  en  $\lim_{x \downarrow a} f(x)$ .

4 b) Ga na of  $f$  horizontale of scheve asymptoten heeft voor  $x \rightarrow \infty$  en  $x \rightarrow -\infty$  en zo ja, bepaal deze.

6 c) Bepaal voor welke waarden van  $x$  de functie  $f$  stijgend of dalend is. Bepaal ook de eventuele extremen van  $f$  met plaats, grootte en aard.

4 d) Schets de grafiek van  $f$ .

4 6.a) Bepaal de eerste, tweede en derde afgeleide van  $f(x) = e^{x^2-1}$ .

3 b) Bepaal het tweede Taylorpolynoom  $p_{2,1}(x)$  rond  $x = 1$  van  $f(x)$ .

3 c) Bepaal de Lagrange-restterm  $R_{3,1}(x)$  van  $f(x)$ .

**Formules goniometrie**

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

**Standaardlimieten voor functies**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{b^x} = 0 \text{ als } b > 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^a}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$

---