

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 1

vrijdag 29 oktober 2021, 11:15-13:15

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam (in HOOFDLETTERS) en collegekaartnummer in.
 - Op de achterzijde staan vier opgaven. Op bladzijde 3 staat een lijstje met formules die je mag gebruiken.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord door middel van een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/10.
-

- 4 **1.a)** Laat zien dat $f(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + 1$ een nulpunt heeft in het open interval $(-1, 0)$.
- 6 **b)** Bepaal waar $f(x)$ stijgt of daalt en bepaal de eventuele extremen van $f(x)$ met plaats, grootte en aard. Heeft $f(x)$ buiten het nulpunt uit a) nog andere nulpunten?
- 10 **c)** Bepaal de nulpunten van $g(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$.
- 10 **2.** Bepaal de positieve getallen x en y zodat $x^3y^2 = 1$ en zodat $x^4 + y^4$ minimaal is.

3. Gegeven is de functie $f_c(x) = \begin{cases} cx^2 & \text{voor } x < 1, \\ 1 & \text{voor } x = 1, \\ (2 - c^2)(x - 2)^2 & \text{voor } x > 1. \end{cases}$

8 a) Bepaal de waarde(n) van c waarvoor $\lim_{x \rightarrow 1} f_c(x)$ bestaat.

4 b) Voor welke waarde(n) van c uit a) is $f_c(x)$ continu in $x = 1$?

8 c) Schets de grafiek van $f_1(x)$ op $[-2, 2]$. Bepaal met behulp van de grafiek de extremen van $f_1(x)$ op $[-2, 2]$ met plaats, grootte en aard.

10 4.a) Bereken $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x + \sin 3x}{(x - \pi/2)^2}$.

10 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/\sin x}$.

5. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 8}$.

6 a) Bepaal het domein van f . Geef aan waar $f(x) > 0$, waar $f(x) < 0$ en waar $f(x) = 0$. Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

4 b) Ga na of f horizontale of scheve asymptoten heeft voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$ en zo ja, bepaal deze.

2 c) Laat zien dat $f'(x) = \frac{x^6 - 32x^3}{(x^3 - 8)^2}$.

4 d) Bepaal voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is. Bepaal ook de eventuele extremen van f met plaats, grootte en aard.

4 4) Schets de grafiek van f .

4 6.a) Bepaal de eerste, tweede en derde afgeleide van $f(x) = \sqrt[4]{1 + 2x}$.

3 b) Bepaal het tweede Taylorpolynoom $p_{2,40}(x)$ rond $x = 40$ van $f(x)$.

3 c) Bepaal de Lagrange-restterm $R_{3,40}(x)$ van $f(x)$.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{b^x} = 0 \text{ als } b > 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^a}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$
