

1E DEELTENTAMEN CONTINUE WISKUNDE

22 oktober 2012, 14:00-16:00

- Op de achterzijde staan twee opgaven en een lijstje formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
 - Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 5 plus 1.
-

5 1.a) Bereken $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - 1}{e^{x^2} - 1}$.

5 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 1}{e^x + xe^{0.9x}}$.

5 c) Bepaal de afgeleide van $\frac{e^{\cos x}}{1 + \ln(2x + 1)}$.

5 2. Voor $c \in \mathbb{R}$ is de functie f_c gegeven door

$$f_c(x) = \begin{cases} c^2 3^{cx} & (x \geq 0), \\ c \ln(1 + x) + 2 \cos x & (x < 0). \end{cases}$$

Bepaal voor welke waarde(n) van c de functie f_c continu is in $x = 0$.

5 3. Bepaal het 3e Taylorpolynoom $P_3(x)$ van $\ln(1 + x) - \ln(1 - x)$ rond $x = 0$.

ZOZ

4. Gegeven is de functie $f(x) = x^3 - 3x - 3$.

3 a) Ga na voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is. Bepaal de extremen van f met plaats, aard en grootte.

4 b) Leg uit dat f een nulpunt x^* heeft in $(2, 3)$. Schets de grafiek van f .

3 c) We willen een benadering van x^* vinden met behulp van de methode van Newton-Raphson. Kies startwaarde $x_0 = 2$ en pas één iteratiestap van de methode van Newton-Raphson toe. Bereken het resulterende getal x_1 .

5. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^3 - x^2}$.

5 a) Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

5 b) Laat zien dat f scheve asymptoten heeft voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$ en bepaal deze.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^q} = 0, \quad \text{als } q > 0.$$

Afgeleiden

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad (\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}.$$