

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE

HELE STOF

11 januari 2013, 10:00-13:00

- Op de achterzijde staan vier opgaven en een lijstje met formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
 - Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 7 plus 1.
-

5 1.a) Bereken $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2 \sin x}{x^2}$.

5 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + \ln x}{2x^3 + 1}$.

5 2. Voor $c \in \mathbb{R}$ is de functie f_c gegeven door

$$f_c(x) = \begin{cases} (c + \ln x)^2 & (x \geq 1), \\ 2c \cdot \cos(\pi x) & (x < 1). \end{cases}$$

Bepaal voor welke waarde(n) van c de functie f_c continu is in $x = 1$.

5 3. Bepaal het 3e Taylorpolynoom $P_3(x)$ van $e^{\sin x}$ rond $x = 0$.

4. Gegeven is de functie $f(x) = 1 + \frac{x^2}{x-2}$.

2 a) Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

3 b) Laat zien dat $y = x + 3$ een scheve asymptoot is voor f zowel voor $x \rightarrow \infty$ als voor $x \rightarrow -\infty$.

3 c) Bepaal de extremen van f met plaats, aard en grootte. Geef aan of de extremen absoluut of relatief zijn.

2 d) Schets met de in a), b), c) gevonden gegevens de grafiek van f .

ZOZ

5 **5.a)** Bereken $\int_0^1 (\sin(e^{2x} + x^2)) \cdot (e^{2x} + x) dx$.

5 **b)** Bepaal alle primitieven van $(x^2 + 1) \cos x$.

6. Gegeven is de functie $f(x, y) = x^2y + 4xy + 3e^y$.

2 **a)** Bepaal $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, x)$ en $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x, x)$. Kan f absolute maxima of minima aannemen?

4 **b)** Laat zien dat $(-1, 0)$, $(-3, 0)$, $(-2, \ln 4/3)$ de enige stationaire punten zijn van f .

4 **c)** Ga voor elk van deze punten na of f daarin een maximum of minimum aanneemt of dat het een zadelpunt is.

4 **7.a)** Schrijf $\frac{(1+i)^5}{2-i}$ in de vorm $a + bi$ met $a, b \in \mathbb{R}$.

2 **b)** Bepaal de oplossingen van $4z^2 - 8z + 5 = 0$ en schrijf ze in de vorm $a + bi$ met $a, b \in \mathbb{R}$.

4 **c)** Bepaal de oplossingen van $z^6 = -64$ en teken ze in het complexe vlak.

5 **8.a)** Ga na of $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n^5 + 1}$ convergeert of divergeert. Je mag gebruiken dat $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha}$ convergeert als $\alpha > 1$ en divergeert als $\alpha \leq 1$.

5 **b)** Ga na of $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!}$ convergeert of divergeert.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^p}{x^q} = 0, \quad \text{als } q > 0.$$