

1E DEELTENTAMEN CONTINUE WISKUNDE

maandag 21 oktober 2013, 14:00-16:00

- Op de achterzijde staan twee opgaven en een lijstje formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
 - Het cijfer is $1 + (\text{aantal behaalde punten})/5$.
-

5 1.a) Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 + 2} - x^2)$.

5 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+x^2} - \sin x}{x^2}$.

6 2.a) Bepaal de nulpunten van $x^3 + 2x^2 - 2x - 1$.

4 b) Laat zien dat $f(x) = x^3 + x^2 + x - 2$ een nulpunt heeft in het interval $[0, 1]$. Ligt dit nulpunt in $[0, \frac{1}{2}]$ of $[\frac{1}{2}, 1]$?

5 3. Voor $c \in \mathbb{R}$ is de functie f_c gegeven door

$$f_c(x) = \begin{cases} c^2 \ln(ex) & (x > 1), \\ c & (x = 1), \\ \cos(\frac{1}{2}\pi x) & (x < 1). \end{cases}$$

Bepaal voor welke waarde(n) van c de functie f_c rechtscontinu is in $x = 1$. Bepaal ook voor welke waarde(n) van c de functie f_c continu is in $x = 1$.

ZOZ

7 4.a) Bepaal het 3e Taylorpolynoom $P_3(x)$ van $\sqrt[4]{x}$ rond $x = 1$. Geef ook
 een uitdrukking voor de foutterm $E_3(x)$.

3 b) We willen $\sqrt[4]{1,00001}$ benaderen met $P_3(1,00001)$. De fout die we
 hierbij maken is $E_3(1,00001)$. Laat zien dat $|E_3(1,00001)| < 10^{-21}$.

5. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^2}{x^3 + 1}$.

3 a) Bepaal de verticale en horizontale asymptoten van f . Bepaal voor
 elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

Opmerking: In de noemer staat een derde macht en die kan ook
 negatieve waarden aannemen.

4 b) Bepaal voor welke waarden van x de functie f stijgend of dalend is.
 Bepaal de extremen van f met plaats, aard en grootte.

3 c) Schets de grafiek van f .

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^q} = 0, \quad \text{als } q > 0.$$

Afgeleiden

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad (\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}.$$