

# HERKANSING CONTINUE WISKUNDE

## HELE STOF

10 maart 2014, 10:00-13:00

---

- Op de achterzijde staan vier opgaven en een lijstje met formules.
  - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
  - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
  - Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
  - Het cijfer is  $1 + (\text{aantal punten})/8$ .
- 

10 1. Bereken  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1 - \frac{1}{2}x}{x^2}$  en  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$ .

5 2. Gegeven is de functie

$$f_c(x) = \begin{cases} c/x^2 & (x < e), \\ (\ln x^c)^2 & (x \geq e). \end{cases}$$

Bepaal de waarde(n) van  $c$  waarvoor  $f_c$  continu is in  $x = e$ .

5 3. Bepaal het 3e Taylorpolynoom  $P_3(x)$  van  $x^{4/3}$  rond  $x = 8$ . Geef ook een uitdrukking voor de foutterm  $E_3(x)$ .

4. Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{x^6}{6x^7 - 1}$ .

3 a) Bepaal de verticale asymptoten van  $f$ . Bepaal voor elke verticale asymptoot  $x = a$  de limieten  $\lim_{x \uparrow a} f(x)$  en  $\lim_{x \downarrow a} f(x)$ .

3 b) Bepaal de horizontale asymptoten van  $f$  voor  $x \rightarrow \infty$  en  $x \rightarrow -\infty$ .

3 c) Bepaal de extremen van  $f$  met plaats, aard en grootte. Geef aan of de extremen absoluut of relatief zijn.

3 d) Schets met de in a),b),c) gevonden gegevens de grafiek van  $f$ .

**ZOZ**

- 5 **5.a)** Bereken de oneigenlijke integraal  $\int_0^{\infty} \frac{x}{(x^2 + 1)^2} \cdot dx$
- 5 **b)** Bepaal de primitieven van  $(x + 2)e^{2x}$ .
- 6.** Gegeven is de functie  $f(x, y) = x^3 + xy^2 - 3x^2 - 9x$ .
- 2 **a)** Laat zien dat  $f$  geen absoluut maximum of minimum aan kan nemen.
- 4 **b)** Laat zien dat  $(-1, 0), (3, 0), (0, 3), (0, -3)$  de enige stationaire punten zijn van  $f$ .
- 4 **c)** Ga voor elk van deze punten na of  $f$  daarin een maximum of minimum aanneemt of dat het een zadelpunt is.
- 2 **7.a)** Gegeven zijn de complexe getallen  $z = 3 + 4i, w = 5 - 12i$ . Bereken  $|z^2w|$ .
- 4 **b)** Schrijf  $(9 - 9i)^{10}$  in de vorm  $a + bi$ .
- 4 **c)** Bepaal de oplossingen van  $z^6 = 27i$  en teken ze in het complexe vlak.
- 4 **8.a)** Ga na of  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3}$  convergeert of divergeert. Je mag gebruiken dat  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha}$  convergeert als  $\alpha > 1$  en divergeert als  $\alpha < 1$ .
- 3 **b)** Bepaal de convergentiestraal van de machtreeks  $\sum_{n=0}^{\infty} n^{17} 5^n x^n$ .
- 3 **c)** Bereken  $\sum_{n=0}^{\infty} \left( \left(\frac{1}{2}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^n \right)$ .

### Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

### Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^p}{x^q} = 0, \quad \text{als } q > 0.$$