

1E DEELTENTAMEN CONTINUE WISKUNDE

maandag 20 oktober 2014, 14:00-16:00

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam en collegekaartnummer in.
 - Op de achterzijde staan drie opgaven en een lijstje formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/10.
-

10 1. Bepaal de afgeleiden van de functies

$$f(x) = \sqrt[3]{e^{\sin x} + 1}, \quad g(x) = \frac{1 + \ln x}{1 + x^2}.$$

10 2.a) Bereken $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{(x - \frac{1}{2})^2}{\sin \pi x - 1}$.

10 b) Bereken $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^x + 2^x}{3^x + 100x}$.

10 3. Voor $c \in \mathbb{R}$ is de functie f_c gegeven door

$$f_c(x) = \begin{cases} c^2 \sqrt[3]{x+8} & (x > 0), \\ 2 & (x = 0), \\ (2c)^{x+1} & (x < 0). \end{cases}$$

Bepaal voor welke waarde(n) van c de limiet $\lim_{x \rightarrow 0} f_c(x)$ bestaat.

Bepaal ook voor welke waarde(n) van c de functie f_c continu is in $x = 0$.

ZOZ

- 10 **4.a)** Bepaal de nulpunten van $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$.
- 10 **b)** Geef aan waar $f(x)$ stijgt of daalt. Bepaal de extremen van $f(x)$ met plaats (x -coördinaat), aard (minimum of maximum, absoluut of relatief), en grootte (y -coördinaat). Schets de grafiek van $f(x)$.
- 15 **5.a)** Bepaal het 2e Taylorpolynoom $P_2(x)$ van $x^{-1/2}$ rond $x = 4$. Geef ook een uitdrukking voor de foutterm $E_2(x)$.
- 5 **b)** We willen $1/\sqrt{4,01}$ benaderen met $P_2(4,01)$. De fout die we hierbij maken is $E_2(4,01)$. Laat zien dat $|E_2(4,01)| < 10^{-8}$.
6. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^3 - 2x^2}$.
- 10 **a)** Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.
- Opmerking.** $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ betekent hetzelfde als $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$, $\lim_{x \downarrow a} f(x)$ hetzelfde als $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$.
- 10 **b)** Laat zien dat $f(x)$ zowel voor $x \rightarrow \infty$ als $x \rightarrow -\infty$ een scheve asymptoot heeft en bepaal deze.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$

Afgeleiden

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = \tan^2 x + 1; \quad (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad (\arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}.$$