

# TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 1

vrijdag 23 oktober 2015, 14:00-16:00

---

- Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam en collegekaartnummer in.
  - Op de achterzijde staan twee opgaven en een lijstje formules.
  - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan. Een eenvoudige wetenschappelijke calculator mag wel.
  - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
  - Links in de marge staat het maximale aantal punten voor een opgave. Het cijfer is (aantal behaalde punten)/5.
- 

- 6 1.a) Bepaal de nulpunten van  $x^3 + 6x^2 + 10x + 3$ .
- 2 b) Gegeven is  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ . Laat zien dat  $f(x)$  stijgend is voor  $x > 1$ .
- 2 c) Laat zien dat  $f(x)$  precies één nulpunt heeft in het open interval  $(1, 2)$  (dat wil zeggen dat  $f(x)$  een nulpunt heeft maar niet twee of meer nulpunten kan hebben in  $(1, 2)$ ).
- 5 2. Gegeven zijn twee positieve getallen  $x, y$  zodat  $x + y = 1000$ . Bepaal  $x$  en  $y$  zodat  $x^4y$  maximaal is. Geef niet alleen het antwoord maar leg ook uit hoe je er aan komt.
- 5 3.a) Bereken  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x - \sin x}$ .
- 5 b) Bereken  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$ .

**ZIE ACHTERKANT**

4. De functie  $f(x)$  is gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} (\sin(\pi x/4))^2 & (x > 3), \\ 2^{-x/3} & (x < 3). \end{cases}$$

3 a) Bestaat  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ? Motiveer je antwoord.

2 b) Heeft  $f(x)$  voor  $x = 3$  een ophefbare discontinuïteit? Zo ja, definieer  $f(3)$  zodat  $f(x)$  continu wordt in  $x = 3$ .

6 5.a) Bepaal het tweede Taylorpolynoom  $p_{2,64}(x)$  van  $f(x) = \sqrt[6]{x}$  rond  $x = 64$ . Bepaal ook de restterm  $R_{2,64}(x)$ .

**Opmerking.** In oude tentamens gebruikten we de notatie  $p_2(x)$ ,  $E_2(x)$  in plaats van  $p_{2,64}(x)$ ,  $R_{2,64}(x)$ .

4 b) We willen  $\sqrt[6]{65}$  benaderen door  $p_{2,64}(65)$ . De fout die we daarbij maken is  $R_{2,64}(65)$ . Laat zien dat  $|R_{2,64}(65)| < 2^{-21}$ .

6. Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$ .

3 a) Bepaal het domein van  $f$ . Bepaal de verticale asymptoten van  $f(x)$ . Bepaal voor elke verticale asymptoot  $x = a$  de limieten  $\lim_{x \uparrow a} f(x)$  en  $\lim_{x \downarrow a} f(x)$ .

2 b) Bepaal de horizontale asymptoten van  $f(x)$  voor  $x \rightarrow \infty$  en  $x \rightarrow -\infty$ .

3 c) Bepaal voor welke waarden van  $x$  de functie  $f(x)$  stijgend of dalend is. Bepaal ook de extremen van  $f(x)$  met plaats ( $x$ -coördinaat), aard (maximum of minimum, absoluut of relatief) en grootte ( $y$ -coördinaat).

2 d) Schets de grafiek van  $f(x)$ .

---

**Formules goniometrie**

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

**Standaardlimieten voor functies**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x^q} = 0 \text{ als } q > 0.$$

---