

Huiswerkset 3 LA1NA - Inleverdatum: 11 november, voor 9:00 AM.

Opgave 1. Zij L de lijn in \mathbb{R}^3 door de punten $(1, -2, 2)$ en $(2, -2, 3)$. Zij M de lijn in \mathbb{R}^3 door de punten $(1, 3, 1)$ en $(1, 4, 2)$.

- (i) Geef L en M in parameterform.
- (ii) Bepaal de afstand tussen L en M .

Opgave 2. Bepaal de afstand van het punt $(1, 1, 1)$ in \mathbb{R}^3 tot het vlak gegeven door de vergelijking $x + y - z = 0$.

Opgave 3. Voor de lineaire afbeelding $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ geldt dat $T(-2, 1) = (1, 0, 1)$ en $T(7, -3) = (0, -3, 1)$.

Bepaal de standaardmatrix van T en het beeld van $(5, -1)$ onder T .

Opgave 4. Laat $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ een lineaire afbeelding zijn.

- (i) Laat zien dat het beeld $\text{Im}(T)$ van T in \mathbb{R}^m een deelruimte is.

Zij A de standaardmatrix van T .

- (ii) Bewijs dat $\text{rang}(A) = \dim \text{Im}(T)$.

Laat $T': \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^k$ een tweede lineaire afbeelding zijn, met standaardmatrix B .

- (iii) Bewijs dat $\text{rang}(BA) \leq \text{rang}(B)$.

Voor een bonuspunt:

- (iv) Bewijs dat $\text{rang}(BA) \leq \text{rang}(A)$.