

De stelling van Chevalley–Warning (Begeleider: Martin Bright)

De beroemde stelling van Chevalley en Warning gaat over oplossingen van polynome vergelijkingen over een eindig lichaam.

Theorem. *Zij \mathbb{F} een eindig lichaam van karakteristiek p . Laat $P_1, \dots, P_r \in \mathbb{F}[x_1, \dots, x_n]$ polynomen zijn met $\sum_i \deg P_i < n$. Definieer*

$$N = \#\{(a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{F}^n \mid P_1(a_1, \dots, a_n) = \dots = P_r(a_1, \dots, a_n) = 0\}.$$

Dan geldt $N \equiv 0 \pmod{p}$.

Een gevolg is dat als P_1, \dots, P_r homogeen zijn, zij een niet-triviaal gemeenschappelijk nulpunt hebben. Wij kunnen dit beschouwen als een uitspraak over algebraïsche variëteiten: een bepaalde soort variëteit over \mathbb{F} heeft altijd een \mathbb{F} -punt.

De stelling is makkelijk te bewijzen met elementaire methoden, en vormt de basis voor veel generalisaties. Bijvoorbeeld, een stelling van Ax (1964) gaat over welke hogere machten van p delers van N zijn; het bewijs is nog best elementair. Andersom zijn er generalisaties die gebruik maken van zeta-functies, p -adische getallen en cohomologie. En student die dit onderwerp kiest heeft ruime keuze over welke richting te nemen.