**Opgave 1.** Zij $X$ een Hausdorffse topologische ruimte en laat $A, B$ twee compacte deelruimten zijn van $X$. Bewijs dat $A \cap B$ ook compact is.

**Opgave 2.** Gebruik de rechte met dubbele oorsprong om te laten zien dat de doorsnede van twee compacte deelruimten in het algemeen niet compact is.

**Opgave 3.** Bewijs dat een compacte deelverzameling in een metrische ruimte eindig veel samenhangscomponenten heeft.

**Opgave 4.** *(Speldentopologie)* Zij $\mathcal{U}$ de collectie deelverzamelingen van $\mathbb{R}$ van de vorm $[a, b[$ waarbij $a, b \in \mathbb{R}$.
(i) Bewijs dat $\mathcal{U}$ de basis vormt voor een topologie op $\mathbb{R}$. We noemen deze topologie de *speldentopologie* op $\mathbb{R}$.
(ii) Bewijs dat elk element van $\mathcal{U}$ zowel open als gesloten is in de speldentopologie.
(iii) Bewijs dat $\mathbb{R}$ met de speldentopologie Hausdorffs is.
(iv) Bewijs dat de speldentopologie geen aftelbare basis heeft.

**Opgave 5.** Ter herinnering: een topologische ruimte $X$ heet *separabel* als $X$ een aftelbare dichte deelverzameling bevat.
(i) Bewijs dat een separabele metrische ruimte een aftelbare basis heeft.
(ii) Bewijs dat $\mathbb{R}$ met de speldentopologie separabel is.
(iii) Concludeer dat $\mathbb{R}$ met de speldentopologie niet metriseerbaar is.