

Lineaire algebra 1 NA, huiswerkset 2

Inleverdatum: maandag 17 oktober 2022, 13:15

Laat zien hoe je aan je antwoorden komt. Een rekenmachine is niet nodig.

1. Voor elke $k \in \mathbb{R}$ bekijken we het stelsel lineaire vergelijkingen

$$\begin{cases} 2x_3 - 2x_4 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_4 = k, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 10. \end{cases}$$

- (a) Zet dit stelsel om in een aangevulde matrix en breng deze in rijtrapvorm.
- (b) Laat zien dat er precies één waarde van k is waarvoor dit stelsel oplosbaar is. Geef voor deze waarde van k alle oplossingen van het stelsel in een parameterrepresentatie.

2. Gegeven is de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bepaal een matrix F waarvoor de matrix FA in rijtrapvorm staat en rijequivalent is met A .

3. Gegeven zijn de matrices

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Is B inverteerbaar? Zo ja, bepaal dan de inverse.
 - (b) Zelfde vragen voor C .
 - (c) Bepaal een (3×3) -matrix M waarvoor geldt $CM = B$.
4. De verzameling \mathbb{N} is de (oneindige) verzameling van niet-negatieve gehele getallen:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}.$$

Bekijk de functie $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gedefinieerd door $f(n) = n + 1$.

- (a) Laat zien dat f een linksinverse heeft. Dat wil zeggen, laat zien dat er een functie $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ bestaat zodat voor alle $n \in \mathbb{N}$ geldt $g(f(n)) = n$. [Hint: geef zo'n functie g en bewijs dat ze voldoet.]
- (b) Laat zien dat f geen rechtsinverse heeft. Dat wil zeggen, laat zien dat er geen functie $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ bestaat zodat voor alle $n \in \mathbb{N}$ geldt $f(h(n)) = n$. [Hint: "niet voor alle n geldt ..." is hetzelfde als "er bestaat een n waarvoor niet geldt ...".]

Achtergrond: voor vierkante matrices hebben we gezien dat er een linksinverse bestaat precies als er een rechtsinverse bestaat. Dat is dus niet in elke context waar.