

Hertentamen LA1NA, maandag 11 maart 2019, 10:00 - 13:00

Vermeld op alle bladen die je inlevert je naam en studentnummer.

Motiveer je antwoorden.

Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

Opgave 1. Voor elk getal $x \in \mathbb{R}$ beschouwen we de matrix

$$A_x = \begin{pmatrix} 2 & x & 1 \\ x & 1 & x \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bepaal een basis van het beeld (“column space”) van A_0 .
- (b) Bepaal een basis van de kern (“nullspace”) van A_0 .
- (c) Voor welke $x \in \mathbb{R}$ is A_x inverteerbaar?

Opgave 2. Beschouw de matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & -3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -6 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{en}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Is A diagonaliseerbaar?
- (b) Is B diagonaliseerbaar?
- (c) Bepaal de determinant van C .

— Vergeet de opgaven op de achterkant niet! —

Opgave 3. Zij

$$M = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bepaal de eigenwaarden en eigenruimten van M .
- (b) Geef een inverteerbare matrix C en een diagonaalmatrix D met $M = CDC^{-1}$.
- (c) Geef de algemene oplossing van het stelsel differentiaalvergelijkingen

$$\begin{cases} x' = -6x + y, \\ y' = -6x - y. \end{cases}$$

Opgave 4. Zij W de lineaire deelruimte van \mathbb{R}^4 opgespannen door de drie vectoren

$$\begin{aligned} a_1 &= (2, 0, 0, 1), \\ a_2 &= (4, 0, -1, 2) \text{ en} \\ a_3 &= (4, 2, -1, -3). \end{aligned}$$

- (a) Bepaal een orthogonale basis van W .
- (b) Bepaal de loodrechte projectie van $(3, 5, 1, 4)$ op W .

Opgave 5. De matrix

$$S = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

is de standaardmatrixrepresentatie van een spiegeling in een vlak $V \subset \mathbb{R}^3$ door de oorsprong.

- (a) Bepaal de afstand van het punt $P = (1, 1, 1)$ tot het vlak V .
- (b) Bepaal S^{11} .
- (c) Bepaal een parameterrepresentatie van het vlak V .

[Hint: deze drie deelopgaven zijn onafhankelijk van elkaar op te lossen.]

— SUCCES! —