

Lineaire algebra 1 NA, huiswerkset 1

Inleverdatum: maandag 25 september 2023, 11.00

Laat zien hoe je aan je antwoorden komt. Een rekenmachine is niet nodig.

1. Vind getallen a , b en c zodat de parabool $y = ax^2 + bx + c$ door de punten $(-1, -1)$, $(1, 3)$ en $(2, 1)$ gaat. Schrijf hiervoor eerst een stelsel lineaire vergelijkingen op waar a , b , c aan moeten voldoen.
2. De n -dimensionale hyperkubus is de verzameling vectoren (x_1, \dots, x_n) in \mathbb{R}^n met $0 \leq x_i \leq 1$ voor alle $i = 1, \dots, n$. Bepaal, voor alle n , de cosinus van de hoek tussen de zijde die van $(0, \dots, 0)$ naar $(0, \dots, 0, 1)$ loopt en de lichaamsdiagonaal die van $(0, \dots, 0)$ naar $(1, \dots, 1)$ loopt. Wat is de limiet van deze hoek als n naar oneindig gaat?
3. Gegeven zijn de kolomvector

$$u = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

en de rijvector $v = (-2, 1, 1)$. We zien u als een (3×1) -matrix en v als een (1×3) -matrix.

- (a) Bereken de matrices $A = uv$ en $B = vu$.
 - (b) Voor elke vector $w \in \mathbb{R}^3$ ligt Aw in het opspansel van u . Bewijs dit.
4. Voor elke $k \in \mathbb{R}$ bekijken we het stelsel lineaire vergelijkingen

$$\begin{cases} 2x_3 - 2x_4 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_4 = k, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 10. \end{cases}$$

- (a) Zet dit stelsel om in een aangevulde matrix en breng deze in rijtrapvorm.
- (b) Laat zien dat er precies één waarde van k is waarvoor dit stelsel oplosbaar is. Geef voor deze waarde van k alle oplossingen van het stelsel in een parametervoorstelling.