

## Toets Lineaire Algebra 1 NA

Maandag 24 oktober 2022, 9.00–11.00

Laat zien hoe je aan je antwoorden komt. Het gebruik van rekenmachine, telefoon, boek of aantekeningen is niet toegestaan. Het cijfer is (punten + 5)/5.

(10 pt) 1. Gegeven zijn de volgende twee vectoren in  $\mathbf{R}^4$ :

$$\mathbf{v} = (4, 0, 1, -1), \quad \mathbf{w} = (2, -2, 1, 0).$$

- (a) Bereken de hoek tussen  $\mathbf{v}$  en  $\mathbf{w}$ .
- (b) Bepaal een vector, ongelijk aan  $\mathbf{0}$ , die loodrecht (orthogonaal) op zowel  $\mathbf{v}$  als  $\mathbf{w}$  staat.

(10 pt) 2. Voor elke  $a \in \mathbf{R}$  bekijken we het stelsel lineaire vergelijkingen

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= 2 \\2x - y + az &= 4 \\x + 3y - z &= 2.\end{aligned}$$

Bepaal alle waarden van  $a$  waarvoor het stelsel

- (a) geen oplossingen heeft;
- (b) precies één oplossing heeft;
- (c) oneindig veel oplossingen heeft.

(10 pt) 3. Gegeven zijn de vier vectoren

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Laat zien dat dit viertal vectoren lineair afhankelijk is.
- (b) Laat zien dat  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  en  $\mathbf{v}_3$  een basis van  $\mathbf{R}^3$  vormen.

(10 pt) 4. (a) Is de matrix  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$  inverteerbaar? Zo ja, bepaal dan de inverse.

(b) Is de matrix  $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 1 & 6 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  inverteerbaar? Zo ja, bepaal dan de inverse.

(5 pt) 5. We schrijven  $V$  voor de verzameling van alle vectoren  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3) \in \mathbf{R}^3$  waarvoor geldt  $v_3 = 2v_1 - 3v_2$ . Is  $V$  een lineaire deelruimte van  $\mathbf{R}^3$ ? Waarom wel/niet?

**Succes!**

Bij deze toets mag de volgende tabel gebruikt worden.

$t$	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	$\pi$
$\sin t$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos t$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1