

Toets LA1NA, vrijdag 23 oktober 2020, 13.00 - 15.00

Laat zien hoe je aan je antwoorden komt. Het gebruik van rekenmachine, telefoon, boek of aantekeningen is niet toegestaan. Opgaven 1 t/m 4 zijn elk 10 punten waard. Opgave 5 is 5 punten waard. Het cijfer is (punten + 5)/5.

Opgave 1. Definieer de matrix A door

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & 2 & 0 \\ -3 & 9 & 3 & 9 \end{pmatrix}.$$

- (a) Geef een basis van het opspansel van de kolommen van A .
- (b) Geef een basis van het opspansel van de rijen van A .
- (c) Geef een basis van de kern (“nullspace”) van A .

Opgave 2. Voor elke $a \in \mathbb{R}$ bekijken we het volgende stelsel vergelijkingen in x en y :

$$\begin{cases} -x + (1-a)y = 2 \\ ax + 2y = 2. \end{cases}$$

- (a) Voor welke $a \in \mathbb{R}$ heeft dit stelsel geen oplossingen?
- (b) Voor welke $a \in \mathbb{R}$ heeft dit stelsel precies één oplossing?
- (c) Voor welke $a \in \mathbb{R}$ heeft dit stelsel oneindig veel oplossingen?

Opgave 3.

- (a) Bepaal de hoek tussen de vectoren

$$v = (2, 2, 1, -1) \quad \text{en} \quad w = (-2, -1, 2, 1).$$

- (b) Geef alle eenheidsvectoren die evenwijdig zijn aan v .
- (c) Geef een vector $p \in \text{span}(v)$ zó dat $w - p$ loodrecht staat op v .

Opgave 4. Gegeven zijn de matrices

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Is B inverteerbaar? Zo ja, bepaal de inverse.
- (b) Is C inverteerbaar? Zo ja, bepaal de inverse.

Opgave 5. Is de verzameling

$$V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \text{ of } y \text{ is een geheel getal}\}$$

een lineaire deelruimte van \mathbb{R}^2 ? Waarom wel/niet?

[De *gehele getallen* (Engels: *integers*) zijn de elementen van $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$].

— SUCCES! —

Bij deze toets mag de volgende tabel gebruikt worden.

t	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$
$\sin(t)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\cos(t)$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$