

## Toets Lineaire algebra 1 NA

Maandag 30 oktober 2023, 13.00–15.00

Laat zien hoe je aan je antwoorden komt. Het gebruik van rekenmachine, telefoon, boek of aantekeningen is niet toegestaan. Het cijfer is (punten + 5)/5.

- (10 pt) 1. (a) Bereken de hoek tussen de vectoren  $(1, -3, 3, -1)$  en  $(-1, 3, -1, 2)$  in  $\mathbf{R}^4$ .  
(b) Stel dat  $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbf{R}^3$  twee vectoren zijn waarvoor  $\mathbf{w}$  een scalair veelvoud van  $\mathbf{v}$  is. Laat zien dat  $\mathbf{v}$  en  $\mathbf{w}$  lineair afhankelijk zijn.

- (10 pt) 2. Voor elke  $a \in \mathbf{R}$  bekijken we het stelsel lineaire vergelijkingen

$$\begin{cases} x & + 2z = 1 \\ ax - 2y - z & = -1 \\ & 2y + 3z = 2. \end{cases}$$

- (a) Bepaal alle waarden van  $a$  waarvoor het stelsel oneindig veel oplossingen heeft.  
(b) Geef voor  $a = 1$  alle oplossingen van het stelsel in parametervorm.

- (10 pt) 3. (a) Is de matrix  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  inverteerbaar? Zo ja, bepaal dan de inverse.

- (b) Is de matrix  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$  inverteerbaar? Zo ja, bepaal dan de inverse.

- (5 pt) 4. We schrijven  $V$  voor de verzameling van alle vectoren  $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^3$  die loodrecht (orthogonaal) staan op de vector  $(-1, 2, 1)$ . Laat zien dat  $V$  een lineaire deelruimte van  $\mathbf{R}^3$  is.

- (10 pt) 5. Gegeven zijn de vectoren  $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  in  $\mathbf{R}^4$ .

- (a) Laat zien dat het drietal vectoren  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3$  linear afhankelijk is.  
(b) Bepaal een basis voor het opspansel van  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$  en  $\mathbf{v}_3$ .

**Succes!**

Bij deze toets mag de volgende tabel gebruikt worden.

$t$	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	$\pi$
$\sin t$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos t$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	-1