

Basistheorie van algebraïsche groepen

Een algebraïsche groep (over een algebraïsch afgesloten lichaam k) is een algebraïsche variëteit G over k met een groepsstructuur die gegeven is door een morfisme $G \times G \rightarrow G$ van algebraïsche variëteiten. Anders gezegd, dit begrip is het analogon in de algebraïsche meetkunde van Lie-groepen in de differentiaalmeetkunde.

Een algebraïsche groep G heet lineair als G een affiene algebraïsche variëteit is. De term “lineair” komt van het feit dat zo’n G gedefinieerd kan worden als ondergroep van een matrixgroep $GL_n(k)$ (die de *algemene lineaire* groep heet) gegeven door een systeem polynoomvergelijkingen.

Het doel van dit onderwerp is het bestuderen van de basistheorie van lineaire algebraïsche groepen over algebraïsch afgesloten lichamen, zoals in hoofdstukken 1 en 2 van het boek van Springer (zie de referentie beneden). Dit stuk theorie bevat de zogenaamde *Jordan onbinding*, en Tannaka’s stelling die zegt hoe G terug te construeren is uit de categorie van zijn representaties. In de scriptie kunnen dan enkele interessante voorbeelden gegeven worden, of toepassingen in een nog nader te bepalen gebied.

Dit onderwerp kan ook interessant zijn voor studenten die behalve wiskunde ook theoretische natuurkunde doen, in de eerste plaats omdat veel complexe Liegroepen algebraïsch zijn, maar bijvoorbeeld ook vanwege de rol van quantumgroepen.

Referenties: T.A. Springer, *Linear algebraic groups*, 2nd edition. Progress in Mathematics 9, Birkhäuser, 1998.

Voorkennis: het gebruikelijke (algebra, topologie), plus het college “Topics in geometry 1” van najaar 2005.

Begeleider: Bas Edixhoven.