

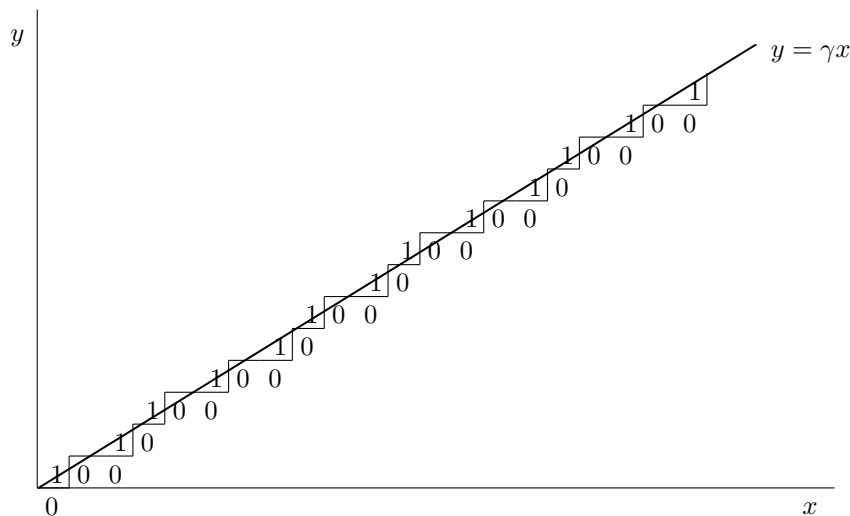


Figure 1: Discretisatie in geval van de substitutie $f(0) = 01, f(1) = 0$.

Substituties en lijnen

Stel we hebben een substitutie f van $\{0, 1\}$ naar eindige rijtjes van nullen en enen zó dat $f(0)$ met een 0 begint, bijv. $f(0) = 010, f(1) = 10$. We kunnen dan met een 0 beginnen en door f herhaaldelijk toe te passen met concatenatie een steeds langer woord produceren dat convergeert naar een oneindig woord. In ons voorbeeld krijgen we zo:

```
0
010
01010010
010100101001001010010
010100101001001010010010010010100101001001001...
```

We kunnen de rij meetkundig voorstellen door in $(0, 0)$ te beginnen, de limietrij te lezen en 1 in de richting van de x -as op te schuiven als er een 0 staat en 1 in de richting van de y -as op te schuiven als er een 1 staat. Zo krijgen we een gebroken halflijn die een discretisatie geeft van een rechte halflijn door de oorsprong. Althans zo lijkt het. De volgende vragen kunnen leidraden zijn voor het onderzoek:

- * Voor welke substituties kunnen we bewijzen dat er een limiethalflijn is?
- * Voor welke substituties blijft de afstand van de gebroken lijn tot de benaderde halflijn begrensd?
- * Welke lijnen door de oorsprong kun je benaderen door een passende substitutie?
- * Wat gebeurt er als je telkens vrije keuze hebt voor de volgende substitutie?
- * Wat verandert er als je met drie letters gaat werken, bijv. $f(0) = 0102, f(1) = 1200, f(2) = 10220$?

Bij dit onderzoek zul je vermoedelijk te maken krijgen met eenvoudige eigenschappen van polynomen, matrices en kettingbreuken.

Begeleider: R. Tijdeman.