

# HERKANSING CONTINUE WISKUNDE

## HELE STOF

3 april 2013, 15:45-18:45

---

- Op de achterzijde staan opgaven 4d,5,6,7,8 en een lijstje formules.
  - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
  - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
  - Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam en collegekaartnummer in.
  - Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 7 plus 1.
- 

5 1.a) Bereken  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + 1 - \cos x}{x^2}$ .

5 b) Bereken  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+5} - \sqrt{x+4}$ .

2. De functie  $f$  is gegeven door

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x^5 + e^2) & (x > 0), \\ 2 \cos(8x^7) & (x < 0), \\ 3 & (x = 0). \end{cases}$$

3 a) Bestaat  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ? Zo ja, bereken de limiet.

2 b) Is  $f(x)$  continu in  $x = 0$ ? Motiveer je antwoord.

5 3. Bepaal het 3e Taylorpolynoom  $P_3(x)$  van  $e^x \cos x$  rond  $x = 0$ .

4. Gegeven is de functie  $f(x) = \frac{x-2}{x^2-3}$ .

3 a) Bepaal de verticale asymptoten van  $f$ . Bepaal voor elke verticale asymptoot  $x = a$  de limieten  $\lim_{x \uparrow a} f(x)$  en  $\lim_{x \downarrow a} f(x)$ .

2 b) Bepaal de horizontale asymptoten van  $f$  voor  $x \rightarrow \infty$  en  $x \rightarrow -\infty$ .

3 c) Geef het tekenoverzicht van  $f'$  en bepaal de extremen van  $f$  met plaats, aard en grootte. Geef aan of de extremen absoluut of relatief zijn. **ZOZ**

d) Schets met de in a), b), c) gevonden gegevens de grafiek van  $f$ .

5.a) Bepaal alle primitieven van  $x \ln x$ .

b) Bereken  $\int_0^\pi e^{\cos 3x} \sin 3x dx$ .

6. Gegeven is de functie  $f(x, y) = xy^2 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 4x$ .

a) Bepaal  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x, 0)$  en  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x, 0)$ . Kan  $f$  absolute maxima of minima aannemen?

b) Laat zien dat  $(1, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(0, -2)$  de enige stationaire punten zijn van  $f$ .

c) Ga voor elk van deze punten na of  $f$  daarin een maximum of minimum aanneemt of dat het een zadelpunt is.

7.a) Schrijf  $\frac{(2+i)^2}{3-i}$  in de vorm  $a + bi$  met  $a, b \in \mathbb{R}$ .

b) Bepaal de oplossingen van  $2z^2 + 2z + 13 = 0$  en schrijf ze in de vorm  $a + bi$  met  $a, b \in \mathbb{R}$ .

c) Bepaal de oplossingen van  $z^3 = \sqrt{2}(1+i)$  en teken ze in het complexe vlak.

8.a) Ga na of  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n\sqrt{n}}$  convergeert of divergeert. Je mag gebruiken dat  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha}$  convergeert als  $\alpha > 1$  en divergeert als  $\alpha \leq 1$ .

b) Ga na of  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$  convergeert of divergeert.

### Formules goniometrie

$$\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

### Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^p}{x^q} = 0, \quad \text{als } q > 0.$$

