

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE

HELE STOF

10 januari 2014, 14:00-17:00

- Op de achterzijde staan vier opgaven en een lijstje met formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
 - Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 7 plus 1.
-

10 1. Bereken $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x) - 2x}{x^2}$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{x+1} + x}{e^x - 1}$.

5 2. Gegeven is de functie

$$f(x) = \begin{cases} 1/\cos(\frac{1}{3}\pi x) & (x < 1), \\ 1 & (x = 1), \\ \sqrt{4x} & (x > 1). \end{cases}$$

Bestaat $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$? Is $f(x)$ continu in $x = 1$? Motiveer je antwoorden.

5 3. Bepaal het 3e Taylorpolynoom $P_3(x)$ van $\sqrt[6]{x+1}$ rond $x = 0$. Geef ook een uitdrukking voor de foutterm $E_3(x)$.

4. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$.

2 a) Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

3 b) Bepaal de horizontale asymptoten van f voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.

3 c) Bepaal de extremen van f met plaats, aard en grootte. Geef aan of de extremen absoluut of relatief zijn.

2 d) Schets met de in a),b),c) gevonden gegevens de grafiek van f .

ZOZ

- 5 **5.a)** Bepaal alle primitieven van xe^{-2x} .
- 5 **b)** Bereken de oneigenlijke integraal $\int_0^1 \frac{\sin(\frac{1}{2}\pi\sqrt{x})}{\sqrt{x}} \cdot dx$.
- 6.** Gegeven is de functie $f(x, y) = 2x^3 + y^3 - 3x^2 - 12x - 3y$
- 2 **a)** Laat zien dat f geen absolute maxima of minima aan kan nemen.
- 4 **b)** Laat zien dat $(-1, -1), (2, -1), (-1, 1), (2, 1)$ de enige stationaire punten zijn van f .
- 4 **c)** Ga voor elk van deze punten na of f daarin een maximum of minimum aanneemt of dat het een zadelpunt is.
- 2 **7.a)** Gegeven zijn de complexe getallen $z = 2 + i, w = 7 - i$. Schrijf z/w in de vorm $a + bi$ en bereken $|z/w|$.
- 4 **b)** Schrijf $(4 + 4\sqrt{3}i)^{10}$ in de vorm $a + bi$.
- 4 **c)** Bepaal de oplossingen van $z^4 = 8\sqrt{2}(1 - i)$ en teken ze in het complexe vlak.
- 4 **8.a)** Bepaal de convergentiestraal van de machtreeks $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n + 9}$.
- 4 **b)** Ga na of $f(\frac{1}{2})$ convergeert of divergeert. Je mag gebruiken dat $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\alpha}$ convergeert als $\alpha > 1$ en divergeert als $\alpha \leq 1$.
- 2 **c)** Ga na of $f(0, 49)$ en $f(0, 51)$ convergeren of divergeren.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^p}{x^q} = 0, \quad \text{als } q > 0.$$