

HERKANSING CONTINUE WISKUNDE

HELE STOF

13 maart 2015, 14:00-17:00

- Op de achterzijde staan vijf opgaven; verder is er een lijstje met formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
 - Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 8.
-

10 1. Bereken $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}\pi} \frac{(x - \frac{1}{2}\pi)^2}{1 - \sin x}$ en $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} + \ln x}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$.

2. Gegeven is de functie

$$f(x) = \begin{cases} \ln cx & (x > 1), \\ \cos(\frac{1}{2}\pi x) & (0 \leq x \leq 1), \\ (x + d)^2 & (x < 0). \end{cases}$$

waarbij c, d reële getallen zijn met $c > 0$.

5 a) Voor welke waarde(n) van c is $f(x)$ continu in $x = 1$? Motiveer je antwoord.

5 b) Voor welke waarde(n) van d is $f(x)$ continu in $x = 0$? Motiveer je antwoord.

5 3.a) Bepaal het 2e Taylorpolynoom $P_2(x)$ van $\sqrt[4]{x}$ rond $x = 16$.

2 b) Geef een uitdrukking voor de foutterm $E_2(x)$.

3 c) Als we $\sqrt[4]{17}$ benaderen door $P_2(17)$ maken we een fout $E_2(17)$. Laat zien dat $|E_3(17)| < 7 \times 2^{-18}$. Je mag niet gebruik maken van je rekenapparaat.

ZIE ACHTERKANT

4. Gegeven is de functie $f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$.

2 a) Bepaal de verticale asymptoten van f . Bepaal voor elke verticale asymptoot $x = a$ de limieten $\lim_{x \uparrow a} f(x)$ en $\lim_{x \downarrow a} f(x)$.

3 b) Bepaal de horizontale asymptoten van f voor $x \rightarrow \infty$ en $x \rightarrow -\infty$.

3 c) Geef aan voor welke waarden van x de functie f stijgend is en voor welke zij dalend is. Heeft f extremen?

2 d) Schets met de in a), b), c) gevonden gegevens de grafiek van f .

5 5.a) Bepaal alle primitieven van $\sqrt{2 + \sin x} \cdot \cos x$.

5 b) Bereken de oneigenlijke integraal $\int_0^{\infty} (x + 1)e^{-x} \cdot dx$.

6. Gegeven is de functie $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2 - 12y$.

5 a) Laat zien dat $(-1, 1)$, $(2, 4)$ de enige stationaire punten zijn van f .

5 b) Ga voor elk van deze punten na of f daarin een maximum of minimum aanneemt of dat het een zadelpunt is. Ga ook na of de eventuele maxima of minima absoluut of relatief zijn.

3 7.a) Bepaal het complexe getal z zodat $(3 + 4i)z = 3 - 4i$ en bepaal $|z|$.

3 b) Schrijf $(\sqrt{3} + i)^{120}$ in de vorm $a + bi$.

4 c) Bepaal de oplossingen van $z^6 = 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \cdot i$ en teken ze in het complexe vlak.

5 8.a) Ga na of $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$ convergeert of divergeert.

5 b) Bereken $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{5^n}$.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^p}{x^q} = 0, \quad \text{als } q > 0.$$
