

# HERKANSING CONTINUE WISKUNDE 2

6 juli 2016, 11:00-13:00

---

- Op de achterzijde staan twee opgaven; verder is er een lijstje met formules.
  - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
  - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
  - Vul op elk tentamenpapier **DUIDELIJK LEESBAAR** je naam en collegekaartnummer in.
  - Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 5.
- 

5 1.a) Bepaal de primitieven van  $x^{1/2} \ln x$ .

5 b) Bereken de oneigenlijke integraal  $\int_1^{\infty} \frac{x^3}{(x^4 + 1)^{5/3}} \cdot dx$ .

4 c) Bepaal de inhoud van het onwentelingslichaam om de  $x$ -as van het gebied begrensd door de  $x$ -as en de grafiek van  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

2. Gegeven is de functie  $f(x, y) = \frac{1}{2}x^4 - 2xy + y^2 + \frac{1}{2}$ .

2 a) Laat zien dat  $f(x, y) = (x - y)^2 + \frac{1}{2}(x^2 - 1)^2$  en dat  $f(x, y) \geq 0$  voor alle  $x, y$ .

4 b) Laat zien dat  $(0, 0), (-1, -1), (1, 1)$  de enige stationaire punten zijn van  $f$ .

4 c) Ga voor elk van deze punten na of  $f$  daarin een maximum of minimum aanneemt of dat het een zadelpunt is. Ga voor de eventuele maxima of minima na of ze absoluut of relatief zijn.

3 d) Geef de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van  $f$  in het punt  $(2, 1, f(2, 1))$ . **ZOZ**

3 **3.a)** Schrijf de volgende complexe getallen in de vorm  $a + bi$ :

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5; \quad \frac{2+i}{3-2i}; \quad 3e^{\pi i/3}.$$

3 b) Bepaal alle oplossingen van  $2iz^2 + 12iz + 20i = 0$  en schrijf ze in de vorm  $a + bi$ .

3 c) Schrijf  $(3 - 3i)^{80}$  in de vorm  $a + bi$ .

4 d) Bepaal de drie oplossingen van  $z^3 = -8 + 8i$ , schrijf ze in de vorm  $r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$  met  $r > 0$ , en teken ze in het complexe vlak.

5 **4.a)** Bepaal of  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k} + 1}{k^{13/8} + 1}$  convergent of divergent is. Je mag gebruiken

dat  $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-\alpha}$  convergent is als  $\alpha > 1$  en divergent is als  $\alpha \leq 1$ .

5 b) Bepaal of  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{10^k}$  convergent of divergent is.

### Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$

### Standaardlimieten voor functies

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = e^a;$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^p}{e^x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^p}{x^q} = 0, \quad \text{als } q > 0.$$