

TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 2

18 april 2017, 14:00-16:00

- Op de achterzijde staan opgaven 2d, 3 en 4 en een lijstje met formules.
 - Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
 - Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
 - Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
 - Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 5.
-

5 1.a) Bereken de oneigenlijke integraal $\int_0^1 \frac{e^{\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^2}} \cdot dx$.

5 b) Bereken $\int_0^{2\pi/3} x \cos x \cdot dx$.

4 c) Schets het gebied begrensd door de grafieken van $f(x) = x^2 + 2$ en $g(x) = 3x$ en bepaal de oppervlakte van dit gebied.

2. Gegeven is de functie $f(x, y) = x^4 + y^2 - 2xy + 1$.

2 a) Laat zien dat $f(x, y) = (x^2 - \frac{1}{2})^2 + (x - y)^2 + \frac{3}{4}$.

4 b) Bepaal $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, en laat zien dat $(0, 0)$, $(\frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2})$, $(-\frac{1}{2}\sqrt{2}, -\frac{1}{2}\sqrt{2})$ de enige stationaire punten zijn van f .

4 c) Ga voor elk van deze punten na of f daarin een maximum of minimum aanneemt of dat het een zadelpunt is. Geef ook aan of de eventuele maxima of minima absoluut of relatief zijn.

3 d) Geef de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 2, f(1, 2))$.

3 3.a) Bereken $\left| \frac{3 + 2i}{5 + i} \right|$.

3 b) Schrijf $(\sqrt{3} + i)^{15}$ in de vorm $a + bi$.

4 c) Bepaal de zes oplossingen van $z^6 + z^3 - 6 = 0$ en schrijf die in de vorm $r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ met $r > 0$.

Hint. Neem eerst $w = z^3$ en bepaal de mogelijke waarden van w .

3 4.a) Bereken $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{3 \times 4^k + 5 \times (-2)^k}{7^k} \right)$.

5 b) Ga na of $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{3^k}$ convergeert of divergeert.

5 c) Ga na of $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k}}{2k-1}$ convergeert of divergeert. Je mag gebruiken dat $\sum_{k=1}^{\infty} k^{-\alpha}$ convergeert als $\alpha > 1$ en divergeert als $\alpha \leq 1$.

Formules goniometrie

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$$