TENTAMEN CONTINUE WISKUNDE 2

4 april 2018, 14:00-16:00

• Op de achterzijde staan opgaven 2c,d, 3 en 4 en een lijstje met formules.
• Het gebruik van grafische of programmeerbare rekenmachines is niet toegestaan.
• Motiveer elk antwoord d.m.v. een berekening of redenering.
• Vul op elk tentamenpapier **duidelijk leesbaar** je naam en collegekaartnummer in.
• Het cijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 5.

---

3 **1.** *a)* Bepaal de inhoud van het onwentelingslichaam om de x-as van het gebied begrensd door de lijnen $x = 0$, $x = 7/2$ en de grafiek van $f(x) = \sqrt{1 + \cos \pi x}$.

5 *b)* Bepaal de primitieven van $x\sqrt[3]{1 + 2x^2}$.

5 *c)* Bereken de oneigenlijke integraal $\displaystyle\int_0^\infty xe^{-3x}dx$.

2. Gegeven is de functie $f(x, y) = (x + 1)^3 - xy^2$.

4 *a)* Bepaal $\dfrac{\partial f}{\partial x}, \dfrac{\partial f}{\partial y}$, en laat zien dat $(-1, 0), (0, \sqrt{3}), (0, -\sqrt{3})$ de enige stationaire punten zijn van f.
Hint. $(x + 1)^3$ niet uitwerken.

4 *b)* Ga voor elk van de stationaire punten $(0, \sqrt{3})$ en $(0, -\sqrt{3})$ na of f daarin een maximum of minimum aanneemt of dat dit punt een zadelpunt is van f.

2 *c)* Laat zien dat $(-1, 0)$ een zadelpunt is van f, dat wil zeggen dat f in dat punt geen maximum of minimum aanneemt (in dit punt is $H = 0$ dus het criterium met de tweede orde partiële afgeleiden geeft geen uitsluitsel. Bekijk de waarden van f met $y = 0$).

2 *d)* Bepaal de vergelijking van het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 1, f(1, 1))$.

3 **3.** *a)* Schrijf $\dfrac{(1+i)^2}{2+i}$ in de vorm $a + bi$ met $a, b \in \mathbb{R}$.

3 *b)* Schrijf $(8 - 8i)^{11}$ in de vorm $a + bi$ met $a, b \in \mathbb{R}$.

3 *c)* Bepaal de oplossingen van $z^7 = 128i$ en schrijf die in de vorm $r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ met $r > 0$ en $\varphi \in \mathbb{R}$.

3 *d)* Bepaal de oplossingen van $e^z = 8i$ en schrijf ze in de vorm $a + bi$ met $a, b \in \mathbb{R}$.

3 **4.** *a)* Ga na of $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{2^k + 1}$ convergeert of divergeert.

5 *b)* Ga na of $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^{80}}{k!}$ convergeert of divergeert.

5 *c)* Ga na of $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5 + k^{1/3}}{1 + k^{3/2}}$ convergeert of divergeert. Je mag gebruiken dat $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} k^{-\alpha}$ convergeert als $\alpha > 1$ en divergeert als $\alpha \leq 1$.

Formules goniometrie

$\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y;$
$\cos(x+y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \sin y;$
$\sin 0 = \cos \frac{\pi}{2} = 0; \quad \sin \frac{\pi}{2} = \cos 0 = 1;$
$\sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}; \quad \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}\sqrt{3}; \quad \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}.$