

GETALLEN MAKEN MET LÜROTH SYSTEMEN

BEGELEIDER: CHARLENE KALLE

Er zijn veel verschillende manieren om getallen te schrijven. Denk aan decimale of binaire schrijfwijzes of kettingbreuken. Iedere manier heeft zijn eigen voor- en nadelen en om de eigenschappen ervan te bestuderen, kunnen we gebruik maken van dynamische systemen.

Een systeem wat ietswat ingewikkelde ontwikkelingen geeft, maar daar hele prettige dynamische eigenschappen tegenover zet, is de alternerende Lüroth transformatie. Deze afbeelding geeft ontwikkelingen van getallen in het eenheidsinterval en is als volgt gedefinieerd. Voor $k \geq 2$ geldt op het interval $[\frac{1}{k}, \frac{1}{k-1})$,

$$L(x) = k - k(k-1)x.$$

Deze afbeelding ziet er zo uit.

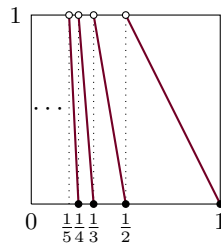


FIGURE 1. De afbeelding L

In deze opdracht bestuderen we deze afbeelding en de ontwikkelingen die je met deze afbeelding kunt maken. Specifieke opdrachten zijn:

- (1) Laat zien hoe je deze transformatie gebruikt om ontwikkelingen te maken.
- (2) Laat zien dat ieder rationaal getal een eindige of een periodieke ontwikkeling heeft.
- (3) Laat zien dat ieder getal met een eindige of periodieke ontwikkeling rationaal is.

Hierna zijn er verschillende mogelijkheden. De alternerende Lüroth transformatie kan gegeneraliseerd worden door de partitie op het eenheidsinterval aan te passen. Ook kan er een random Lüroth afbeelding gedefinieerd worden. Een andere mogelijkheid is om de maattheoretische eigenschappen van de alternerende Lüroth afbeelding te bekijken.