

Reading Course Semigroup Theory Opgavenserie 1

Uit *One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations* van Engel en Nagel:

- Chapter I, 4.13 Exercises (3), (4) en (5) (blz. 33)
- Chapter II, 3.12 Exercise (1) (blz. 81)
- Chapter II, 4.12 Exercise (4) (blz. 108)
Een bewijs voor $\mathcal{D}(A)$ in plaats van $\mathcal{D}(A^\infty)$ is voldoende.
(Zie voor de notatie $\mathcal{D}(A^\infty)$ Proposition II.1.8 op blz. 53.)
- Chapter II, 4.12 Exercise (7) (blz. 108-109)
- Chapter IV, 3.15 Exercise (2) (blz. 282)

en

- Zij $(T(t))_{t \geq 0}$ een C_0 -semigroep in een Banachruimte X met infinitesimale generator $(A, \mathcal{D}(A))$. Neem aan dat er een niet-negatieve functie $k : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ bestaat met $k(t) \rightarrow 0$ als $t \rightarrow \infty$ en zo dat

$$\|T(t)x\| \leq k(t)\|x\| \quad \text{voor alle } x \in X \text{ en alle } t \geq 0.$$

Toon aan dat er een constante $M \in \mathbb{R}$ bestaat en een constante $a > 0$ zo dat

$$\|T(t)x\| \leq Me^{-at}\|x\| \quad \text{voor alle } x \in X \text{ en alle } t \geq 0.$$

Inleveren uiterlijk 26 april 2007

Sander Hille en Onno van Gaans
vangaans@math.leidenuniv.nl
Leiden, april 2007