

Statistiek in de Rechtszaal

Vragen om moeilijkheden

Rechter in zaak Lucia de B., aan prof.dr. E:
“Wat is de kans, dat dit toeval was?”

Statistiek in de Rechtszaal

Vragen om moeilijkheden

Rechter in zaak Lucia de B., aan prof.dr. E:
“Wat is de kans, dat dit toeval was?”

Zijn antwoord: “Het was geen toeval. De rest is aan U.”

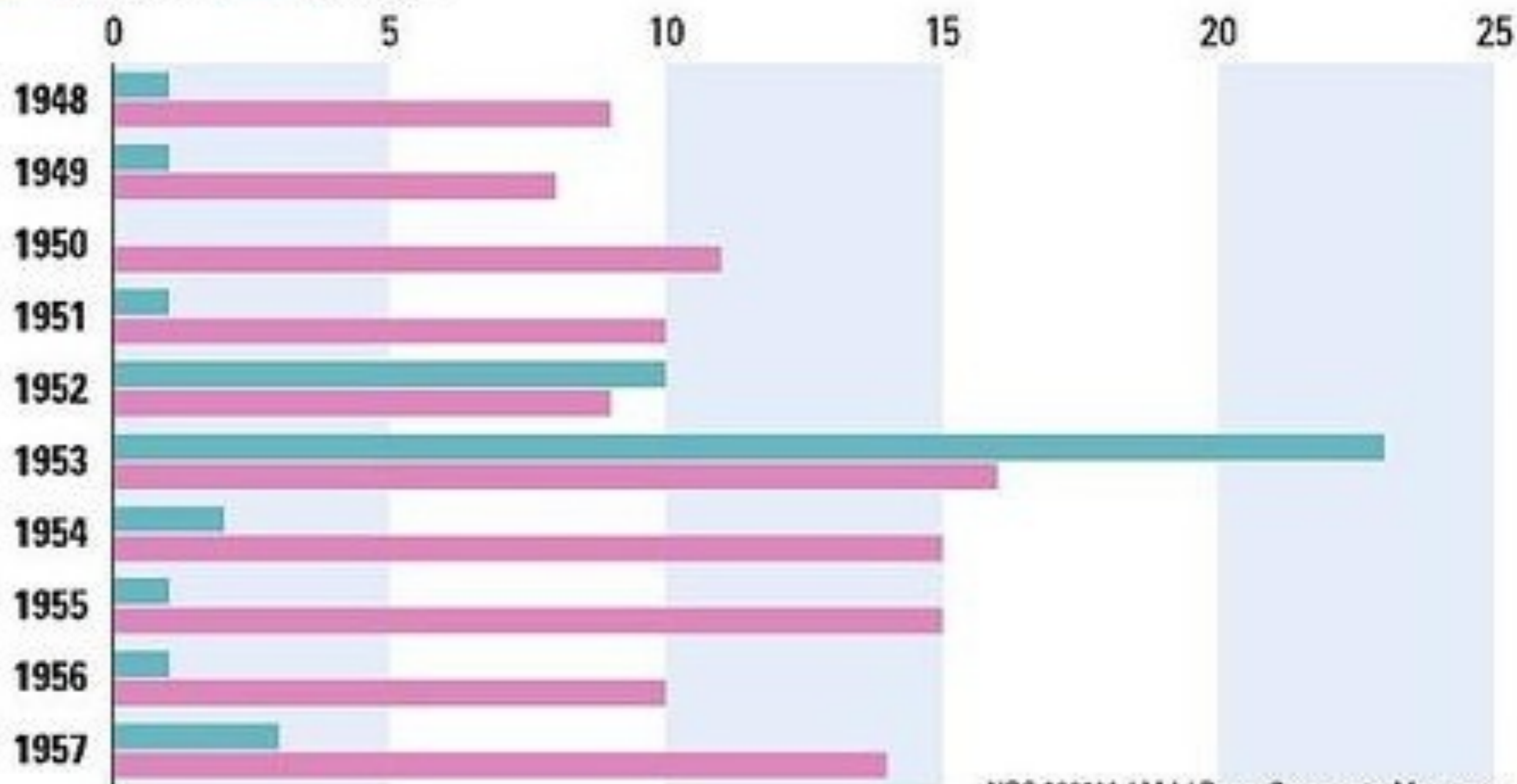
Inhoud

- Voorbeelden
- Theorie (eigenlijk alleen: wat kernbegrippen)
- Voorbeelden

Moord in een Zwakzinnigenstichting?

Aantal jongens en meisjes (0 t/m 18 jaar) voor wie door de stichtingen St. Joseph en St. Anna aangifte van overlijden is gedaan bij de toenmalige gemeente Heel-Panheel, per jaar.

Jongens **Meisjes**



Libanon tribunaal

[HOME](#) [ABOUT THE STL](#) [THE CASES](#) [NEWS AND PRESS](#) [DOCUMENTS](#) [JOBS](#) [CONTACTS](#) [ASK THE TRIBUNAL](#)

[EXPLORE](#)

[Home](#) > [News and press](#) > [Press releases](#)

Monday, 12 September 2011

A public service announcement by the Special Tribunal for Lebanon

Download documents: [English](#) [Français](#) [عربي](#)

[E-mail](#) [Print](#) [Text size](#) [Report an error](#)

[Arrest](#) warrants have been issued for four individuals involved in the 14 February 2005 attack.

The [accused](#) are Mr. Salim Jamil Ayyash, Mr. Hussein Hassan Oneissi, Mr. Assad Hassan Sabra, Mr. Mustafa Amine Badreddine (also known as Mustafa Youssef BADREDDINE, Sami ISSA or Elias Fouad SAAB)

The charges relate to various crimes including the conspiracy to kill former Prime Minister Rafik Hariri and 21 others as well as the attempted homicide of 231 persons. The full account of the charges can be found on the Tribunal's website.

PRESS RELEASES

[AYYASH ET AL. \(STL-11-01\)](#)

[IN THE MATTER OF EL SAYED](#)

[STL NEWS](#)

[CHAMBERS](#)

[PRE-TRIAL JUDGE](#)

[PROSECUTION](#)

[DEFENCE](#)

[OUTREACH](#)

SELECTED INTERVIEWS

Libanon tribunaal

- Aanklacht van V.N. Libanon Tribunaal is gebaseerd uitsluitend op *coincidentie* (in tijd en ruimte) van telefoongesprekken gevoerd met *verschillende* mobiele telefoons over lange tijd, van vele verschillende personen
- Verband delict: gesprekken die in ruimte en tijd “verbonden zijn” met bom-aanslag
- Statistische vraag: wat is de kans dat zo’n coincidentie van niet gerelateerde telefoons door toeval kan ontstaan?

Brandstichting (?) duingebied Egmond aan Zee

- De verdachte (werkt in een lokale fabriek, erkende fascinatie voor branden en brandweer) heeft altijd vrij als er branden zijn
- Er waren nooit branden als hij bij het avondeten bij zijn ouders was
- Er waren geen branden toen hij drie weken zomervakantie had in de Provence (daar waren toen juist wel branden)

Lucia de B.

<i>Tabel 1:</i> <i>JKZ-MCU-1, 1 okt 2000 – 9 sep 2001</i>	geen incident	wel incident	totaal
aantal diensten waarbij V wel aanwezig was	133	9	142
aantal diensten waarbij V niet aanwezig was	887	0	887
totaal aantal diensten	1020	9	1029

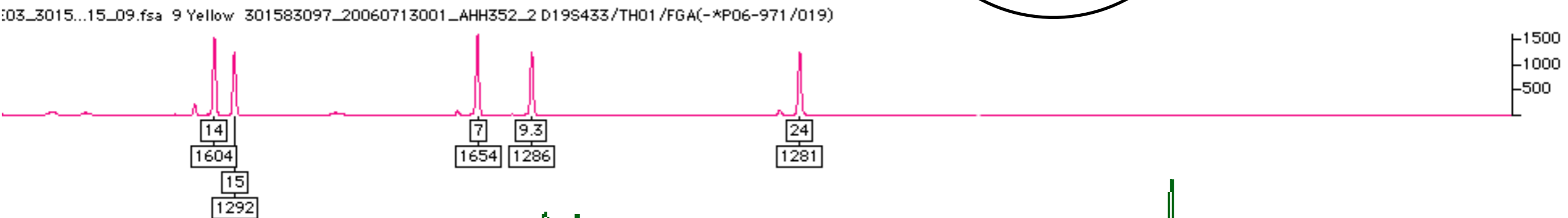
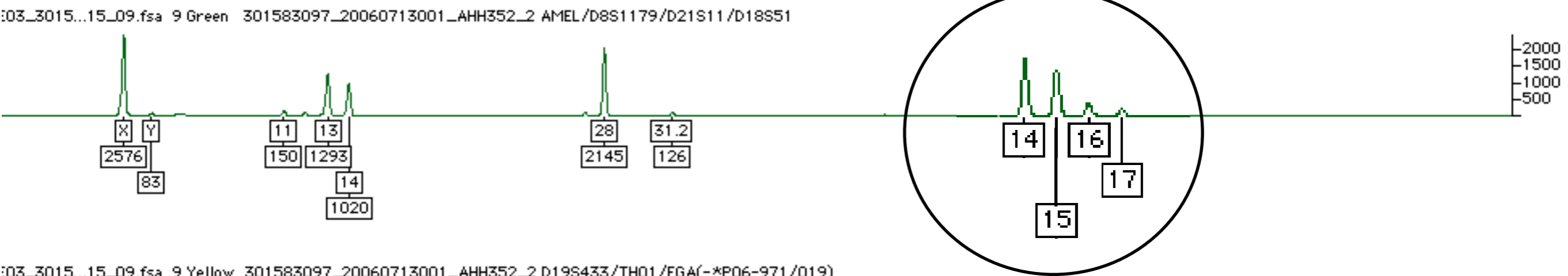
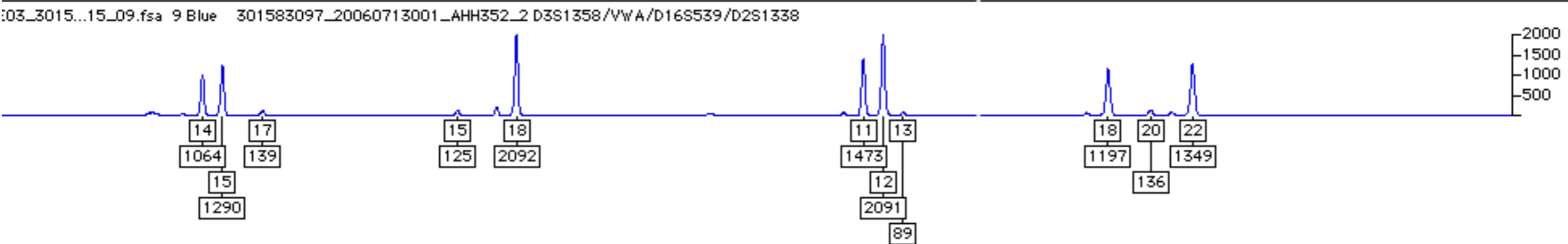
We verwerpen de getoetste hypothese, omdat de rechteroverschrijdingskans van de geobserveerde waarde $X=9$ gelijk is aan 0.00000001451. Dat betekent dat de kans dat V bij toeval zoveel incidenten heeft meegemaakt, terwijl er geen incidenten plaatsvinden als zij afwezig is, kleiner is dan 1 op de 68 miljoen. Naar conventionele statistische maatstaven betekent dat dat we verwerpen dat hier sprake is van een toevallige verdeling van de incidenten ^{6,7}.

Alphen aan den Rijn

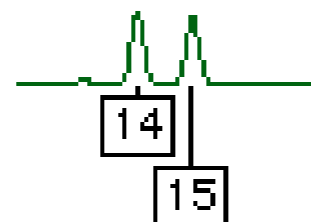
(moordzaak Tamara Wolvers)

Peak: Scan 5520 Size 286.83 Height 68 Area 638 Category: D18S51:13

30 100 120 140 160 180 200 220 240 260 280 300 320 340 360 380

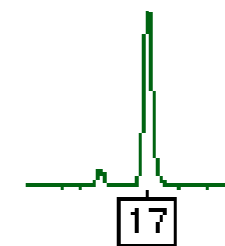


D18: slachtoffer



,

verdachte



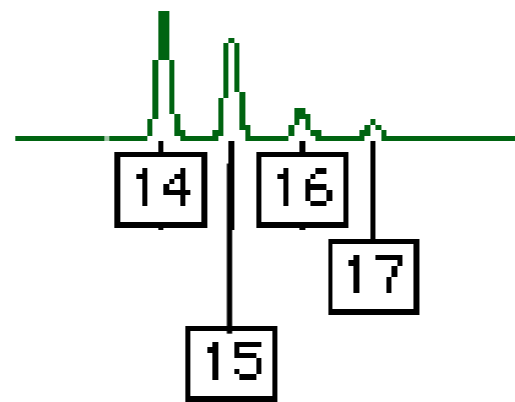
Alphen aan den Rijn

(moordzaak Tamara Wolvers)

D18: slachtoffer 

verdachte 

D18: “mengprofiel” vingernagel slachtoffer



NFI Expert: “Als de spoor van twee personen afkomstig is, kunnen we de verdachte uitsluiten.

Als het van drie personen afkomstig is, niet”.

Begrippen

Drie niveaus, nergens consensus
Toeval - Kansrekening - Statistiek

- Bestaat toeval wel?
- Wat is “kans”?
- Hoe moet je uit gegevens die aan toeval onderhevig zijn, conclusies trekken?

Huygens, de Witt, Hudde



Begrippen

Drie niveaus, nergens consensus
Toeval - Kansrekening - Statistiek



Johannes Hudde, Christiaan Huygens, Johan de Witt

Begrippen

Drie niveaus, nergens consensus
Toeval - Kansrekening - Statistiek

- Bestaat toeval wel?
 - Ga ik hier niet op in ...
- Wat is “kans”?
 - Epistemologisch of ontologisch?
- Hoe moet je uit gegevens die mede door toeval waren bepaald, conclusies trekken?
 - 1: Bayes; 2: frequentistisch; 3: likelihood ratio

Kans begrippen

Epistemologisch (subjectief, Bayesiaans, ...):
de kans dat X waar is, voor *mij*,
is de mate waarin *ik* geloof dat X waar is

- Als voor *mij* die kans 1 tegen 5 is,
ben *ik* bereid 1 Euro in te zetten dat X waar is
tegen 5 Euro dat het niet waar is
- ... en ben *ik* ook bereid om 5 Euro in te zetten
dat het niet waar is,
tegen 1 Euro dat het wel waar is

NB: 1 tegen 5 is hetzelfde als 1 uit 6 - *odds vs. chances*

Kans begrippen

Ontologisch (objectief, frequentistisch, ...):

de kans op A in een bepaalde context is de relatieve frequentie waarmee A voorkomt in een lange reeks herhalingen van de situatie in kwestie

- Laat herhaaldelijk een 2 Euro munt tullen op een tafel totdat 'ie stil komt te liggen. Op de lange duur, stabilizeert de relatieve frequentie van “kop”. Uiteindelijke relatieve frequentie p hangt af van de individuele munt, persoon en tafel

In principe kan men p bepalen uit de wetten van de mechanica en eigenschappen van de persoon, tafel en munt

Relativiteit van kansen

- Epistemiologische kansen zijn afhankelijk van de persoon (meer precies: van de totaliteit van informatie die die persoon bezit)
- Ontologische kansen zijn afhankelijk van de situatie die (mogelijk denkbeeldig) steeds herhaalt wordt
- Men kan zijn onzekerheid over ontologische kansen uitdrukken in epistemiologische kansen

Relativiteit van kansen

- Epistemiologische kansen liggen in principe vast *bij gegeven informatie*
- Ontologische kansen zijn meestal onbekend of alleen bekend onder fysische veronderstellingen die in de werkelijkheid alleen bij benadering gelden
- De rekenregels (calculus) voor beide kansbegrippen zijn wel hetzelfde!



Een zuivere *kansrekenaar* hoeft geen kleur te bekennen

Symmetrie

- Er zijn vele situaties waar ontologische en epistemologische kansen gelijk zijn: situaties van *symmetrie*
- Symmetrie leidt tot gelijke mates van geloof en gelijke fysische relatieve frequenties (op de lange duur) in vele herhalingen
- Helaas komen we die situaties zelden voor in de rechtszaal



Marquis de Laplace

Bayes, correlatie, causatie

- $P(A \text{ gegeven } B) = P(A \text{ én } B) / P(B)$

Definitie!

- $P(A | B) = P(A \text{ gegeven } B)$

Notatie!

- $P(A \text{ én } B) = P(B) \times P(A | B)$

Gevolgen!

- $P(A \text{ én } B \text{ én } C) = P(A) \times P(B | A) \times P(C | A \text{ en } B)$

- Als B_1, B_2, \dots uitputtend en uitsluitend zijn, dan geldt
 $P(A) = P(A | B_1) \times P(B_1) + P(A | B_2) \times P(B_2) + \dots$

Bayes



“ Posterior odds = prior odds x likelihood ratio ”

Kansverhouding achteraf = kansverhouding vooraf
x evidentiele waarde

Bayes

- $P(H | E) = P(H \text{ én } E) / P(E) = P(E | H) \times P(H) / P(E)$
- $P(K | E) = P(K \text{ én } E) / P(E) = P(E | K) \times P(K) / P(E)$

$$\ast P(H|E) : P(K|E) = P(H) : P(K) \times P(E|H) : P(E|K)$$

“ Posterior odds = prior odds x likelihood ratio ”

Kansverhouding achteraf

= *kansverhouding vooraf*

x

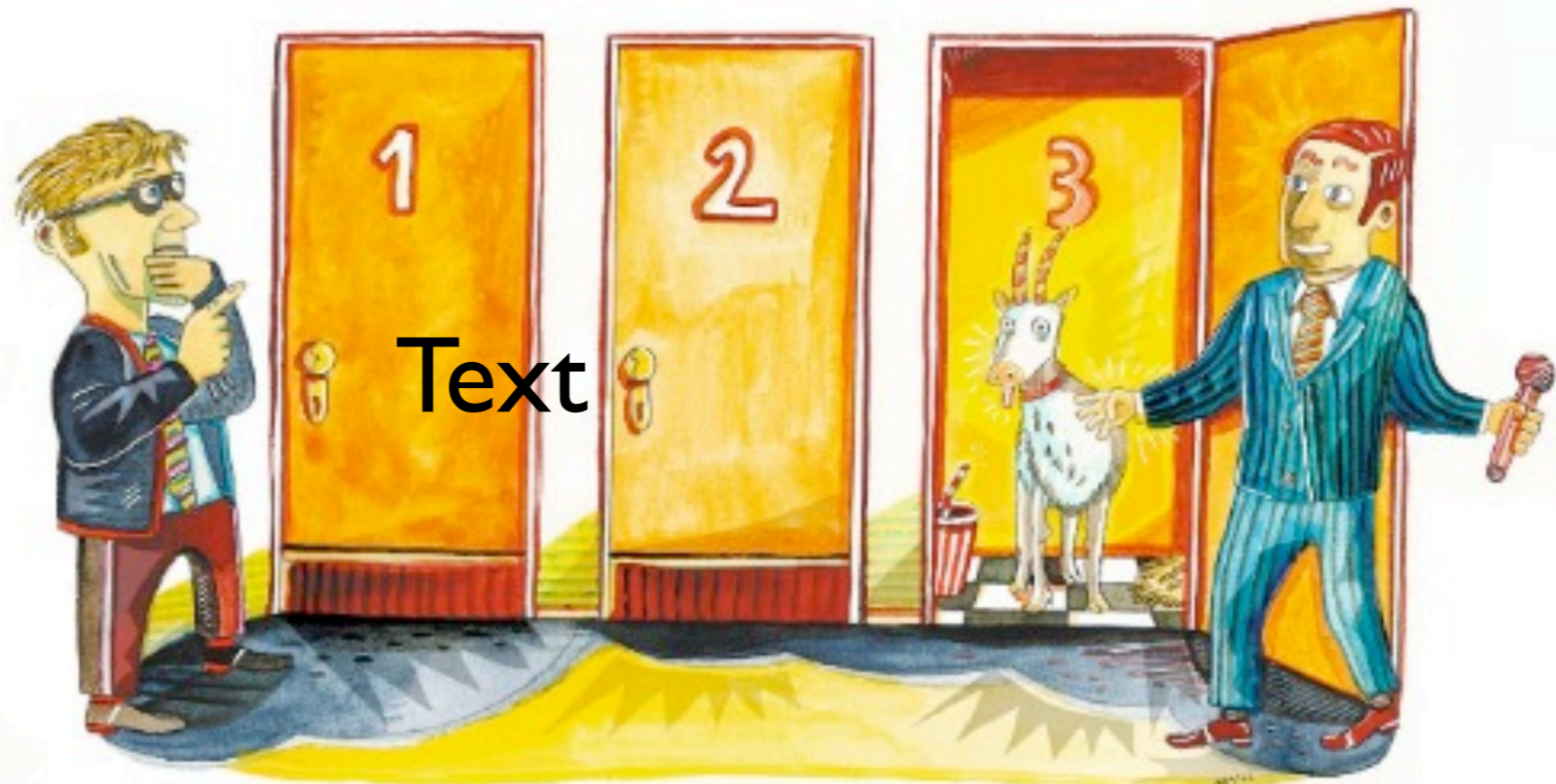
evidentiele waarde

Driedeuren problemem

Und ewig meckert die Ziege

Eine neue Lösung für ein Problem, das seit 20 Jahren die ZEIT-Leser erregt

VON CHRISTOPH DRÖSSER



Ach, das Ziegenproblem! Es beschäftigt die Leser dieser Zeitung seit zwei Jahrzehnten. In der Ausgabe 30/91 erschien der erste Artikel zu dieser scheinbar so einfachen Denksportaufgabe und löste eine Flut von Zuschriften aus, auch von Mathematikprofessoren. Bis heute erhitzt das mathematische Problem die Gemüter.

Für alle, die sich später zugeschaltet haben, hier die Originalformulierung des Problems: »Sie nehmen an einer Spielshow im Fernsehen teil, bei der Sie eine von drei verschlossenen Türen auswählen sollen. Hinter einer Tür wartet der Preis, ein Auto, hinter den beiden anderen stehen Ziegen. Sie zeigen auf eine Tür, sagen wir, Nummer 1. Sie bleibe vorerst geschlossen. Der Moderator weiß, hinter welcher Tür sich das Auto befindet; mit dem Worten »Ich zeige Ihnen mal was öffnet er eine andere Tür, zum Beispiel Nummer 3, und eine meckernde Ziege schaut ins Publikum. Er fragt: »Bleiben Sie bei Nummer 1, oder wählen Sie Nummer 2?« – Ja, was tun Sie jetzt?

Aber das stimmt nicht, denn die ursprüngliche Wahrscheinlichkeit für Tür 1 war ein Drittel, auf Tür 2 und 3 entfielen zwei Drittel. Da Tür 3 nach der Aktion des Moderators definitiv ausfällt, steht das Auto mit einer Wahrscheinlichkeit von zwei Dritteln hinter Tür 2. Also sollte man wechseln!

In der Ziegenproblemforschung ging es allerdings nie um die Lösung an sich, sondern stets um die Frage: Wie kann man die Sache so formulieren, dass sie ihre Paradoxie verliert und jedem die Lösung einleuchtet? Der Mathematiker Sascha Gnadin von der Universität Utrecht unternimmt nun einen neuen Versuch, der in der Zeitschrift *Mathematical Intelligencer* zu lesen sein wird. Seiner Meinung nach ist es ein Fehler, die Sache als Glücksspiel anzusehen, dem man mit den Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu Leibe rücken muss. Denn in dem Spiel kommt an keiner Stelle der Zufall zum Zuge: Die Redaktion versteckt das Auto hinter einer der drei Türen, der Moderator sucht sich (falls es überhaupt die Wahl

»Im Schach kommt man auch nicht auf die Idee, über den nächsten Zug mit einem Münzwurf zu entscheiden«, sagt Sascha Gnadin. Vielmehr geht es darum, den optimalen Zug in einem Spiel zu finden, in dem auf beiden Seiten Menschen sitzen, die gewinnen wollen. Also sollte man sich der mathematischen Theorie bedienen, die solche strategischen Probleme behandelt: der Spieltheorie.

Im Gegensatz zum Schach, dessen Spielvarianten endlich, aber unüberschaubar sind, lässt sich das Ziegenproblem als Spiel sehr leicht vollständig beschreiben. Es besteht aus genau vier Zügen: Im ersten wird das Auto versteckt, im zweiten wählt der Kandidat eine Tür, im dritten öffnet der Moderator eine Ziegentür, und im vierten entscheidet sich der Showgast, ob er bei seiner Wahl bleibt oder wechselt. Insgesamt gibt es 24 mögliche Spielverläufe.

Für ein derart überschaubares Spiel kann sich der Kandidat leicht eine Strategie wählen, die alle denkbaren Fälle abdeckt – schon bevor er über-

Fälle kann er sich überlegen, ob er bei seiner Wahl bleibt oder wechselt.

Gnadin argumentiert nun: Die drei Strategien »Wähle Tür x und wechsele auf jeden Fall, nachdem der Moderator eine Ziegentür geöffnet hat« sind besser als die anderen, sie »dominieren« sie, wie der spieltheoretische Ausdruck heißt.

In der klassischen Version der Geschichte, die mit Wahrscheinlichkeiten argumentiert, werden nur die beiden Strategien verglichen, bei denen der Kandidat Tür 1 gewählt hat. Dann gewinnt etwa die Strategie A: »Wähle Tür 1 und bleibe dabei, egal was der Moderator tut«, wenn das Auto hinter Tür 1 steht. Die Strategie B: »Wähle Tür 1 und wechsele auf jeden Fall« gewinnt bei Tür 2 und 3. Überlegen ist die zweite Strategie nur unter der Annahme, dass das Auto in weniger als 50 Prozent der Fälle hinter Tür 1 verborgen ist. Aber vielleicht hat das Spielteam ja eine Vorliebe für Tür 1?

Gnadin's Idee war es nun, Strategie A auch mit anderen Wechselstrategien zu vergleichen, etwa mit

immer gewinnt, wenn A gewinnt, aber auch noch in einem weiteren Fall. Gnadin hat somit gezeigt: Die drei Strategien, bei denen der Kandidat eine Tür wählt und dann unbedingt wechselt, dominieren die neun anderen Strategien – ohne Annahmen über irgendwelche Wahrscheinlichkeiten.

Welche Tür der Kandidat nun als erste wählen soll, sagt diese Überlegung freilich nicht. Glaubt er, dass das Auto zufällig platziert worden ist, sollte

Stimmt's?
Die Redakteure von Christoph Drösser können Sie auch hören, English & Co. Ltd. NDR 2

er seine Wahl auch zufällig treffen. Hagt er jedoch den Verdacht, dass das Auto nicht mit der gleichen

Driedeuren probleem

- Speler kiest deur 1
- Spelleider laat geit zien achter deur 3
- Speler mag keuze heroverwegen: moet hij wisselen (deur 2?)

Driedeuren probleem

- H: auto achter deur 1
- K: auto achter deur 2
- E: geit achter deur 3
- $P(H):P(K) = 1:1$ (*a priori* gelijke kansen)
- $P(E | H) = 0,50$ (spelleider had keus)
- $P(E | K) = 1$ (spelleider had geen keus)
- $P(E | H) : P(E | K) = 1:2$ (*evidentiele waarde*)
- $P(H | E) : P(K | E) = 1:2$ (*a posteriori* kansen: wisselen!)

Statistiek in de rechtszaal: Bayesiaans

- *Alle* onzekerheid wordt uitgedrukt dmv kansen
 - Nuisance parameters
 - Samengestelde hypothesen
- Taak van de statisticus in de rechtszaal: bereken *a posteriori* kansen op hypothesen van interesse, *conditioneel op* de statistische gegevens
- Probleem: wiens *a priori* kansen?
- Het is de taak van de rechter om alle informatie te combineren

Statistiek in de rechtszaal:

Likelihood

- Taak van de statisticus in de rechtszaal: bereken *de evidentie waarde* van een statistisch bewijs-stuk ten opzichte van hypothesen van aanklager en verdediging
- Probleem: moet de verdediging met een hypothese komen?
- Probleem: wat als kansen afhangen van onbekende grootheden?
- Gevaar: stellen van hypothesen *achteraf*

Statistiek in de rechtszaal: Frequentistisch (klassiek)

- Taak van de statisticus in de rechtszaal:
 - toets een hypothese bij significantie niveau *alpha*
 - meld de *p*-waarde van hypothese-toets
 - geef betrouwbaarheidsintervallen
 - geef schattingen, met error bars
- Probleem: subtiel technisch betekenis van uitspraken

Bayes, correlatie, causatie

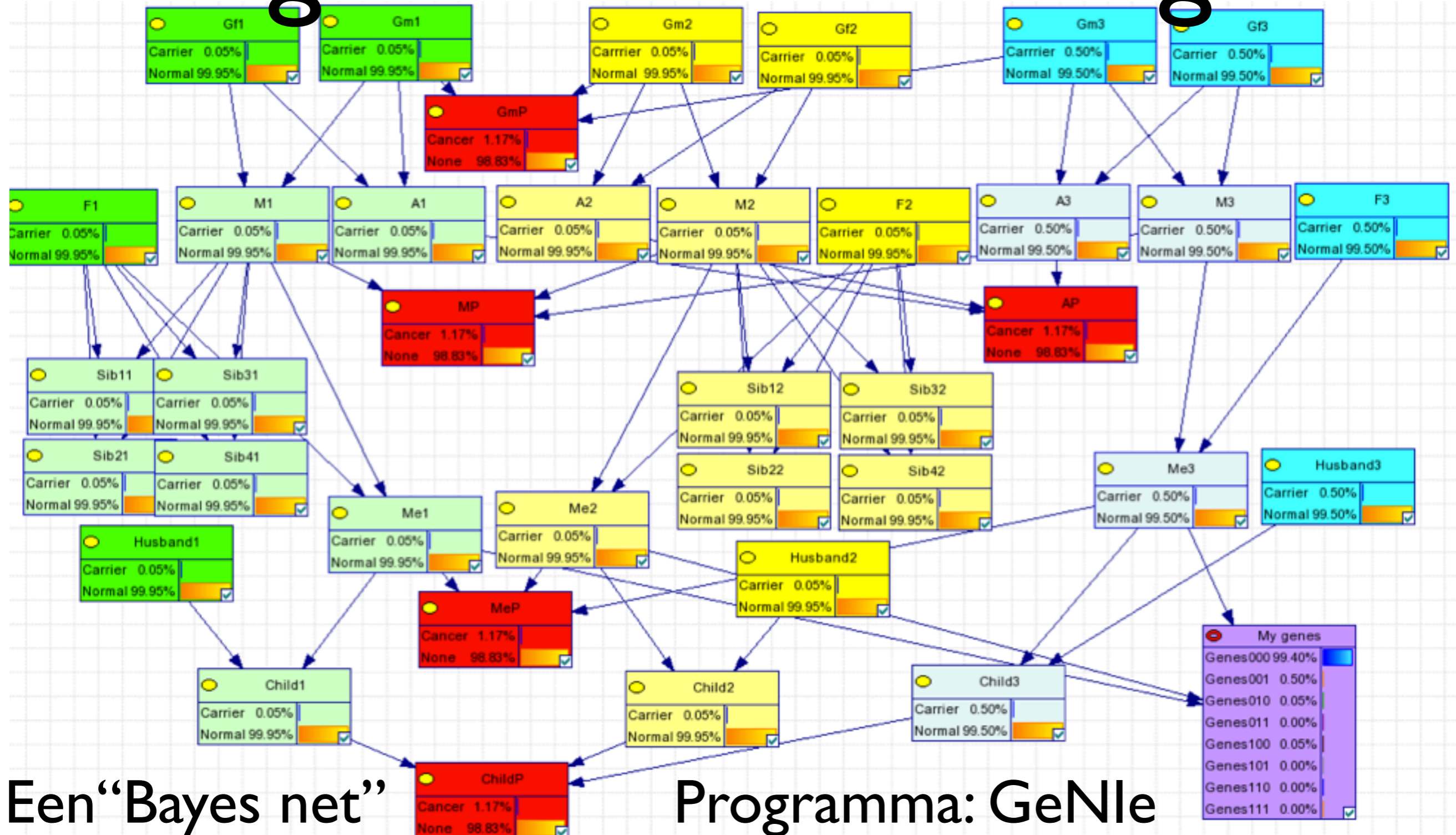
- The prosecutor's fallacy
- The defense attorney's fallacy
- Simpson's paradox
- Hidden confounders, bias

Voorbeeld: “genetic counselling”

- Mevr. X komt uit een gezin van 10 kinderen
- Oma, tante en moeder zijn overleden aan gevolgen van vroege borstkanker
- Kliniek biedt testen aan op kinderen van dragerschap BRCA1, BRCA2
- Vier kinderen worden getest, resultaten zijn negatief
- Kliniek vindt verder testen zinloos

Voorbeeld:

“genetic counselling”



Een “Bayes net”

Programma: GeNle

Correlatie vs causatie

- Conditioneren / selecteren op een *gevolg* creert correlatie tussen *oorzaken*
- Conditioneren / selecteren op een *oorzaak* verandert correlatie tussen *gevolgen*

Simpson's paradox:

Berkeley graduate admissions

Passief roken en long kanker

“Decline Effect”

Prosecution, Defence fallacies

- Joe Simpson
- Kevin Sweeney
- The data-base controversy

Statistiek in de rechtszaal: Bayesiaans/Likelihood/Klassiek?

- Libanon
- Lucia
- Alphen aan den Rijn

Libanon tribunaal

- Aanklacht van V.N. Libanon Tribunaal is gebaseerd uitsluitend op *coincidentie* (in tijd en ruimte) van telefoongesprekken gevoerd met *verschillende* mobiele telefoons over lange tijd, van vele verschillende personen
- Verband delict: gesprekken die in ruimte en tijd “verbonden zijn” met bom-aanslag
- Statistische vraag: wat is de kans dat zo’n coincidentie van niet gerelateerde telefoons door toeval kan ontstaan?

Lucia

Alweer: wat is de kans op toeval?

<i>Tabel 1:</i> <i>JKZ-MCU-1, 1 okt 2000 – 9 sep 2001</i>	geen incident	wel incident	totaal
aantal diensten waarbij V wel aanwezig was	133	9	142
aantal diensten waarbij V niet aanwezig was	887	0	887
totaal aantal diensten	1020	9	1029

We verwerpen de getoetste hypothese, omdat de rechteroverschrijdingskans van de geobserveerde waarde $X=9$ gelijk is aan 0.00000001451. Dat betekent dat de kans dat V bij toeval zoveel incidenten heeft meegemaakt, terwijl er geen incidenten plaatsvinden als zij afwezig is, kleiner is dan 1 op de 68 miljoen. Naar conventionele statistische maatstaven betekent dat dat we verwerpen dat hier sprake is van een toevallige verdeling van de incidenten ^{6,7}.

Shifts

Court data

Corrected data

JKZ MCU-1

Oct '00 – Sept '01

Lucia

with
without

incident

with without

9	b133
0	b887

incident

with without

b7	b135
b4	b883

RKZ-42

Aug – Nov '97

Lucia

with
without

b6	b52
b9	272

b5	b53
10	271

RKZ-41

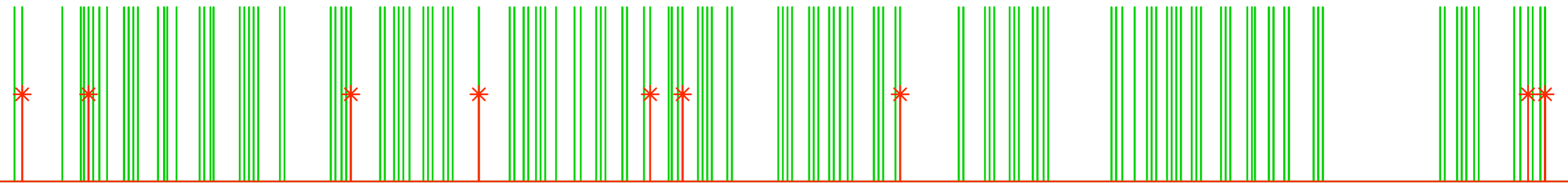
Aug – Nov '97

Lucia

with
without

1	bb0
4	361

1	bb2
4	359



- Three children represent $7=2+2+3$ of the now 11 incidents (one illegal euthanasia removed)
- Two incidents actually occurred in the shift *after* Lucia's
- At least two incidents outside of Lucia's shifts are missing (they weren't *suspicious* incidents)

Some p -values (new data)

- Cochran-Mantel-Haenszel test
JKZ; RKZ-41, -42; & Elffers' post-hoc correction
1 in 916
- Ultimate stratification
11 days at JKZ with both incident & Lucia on duty
1 in 25
- Gamma(1) heterogeneity over Poisson intensity JKZ,
RKZ pooled ***1***
in 25

Basic empirical research for H_D still missing

(let alone H_P)

- Events are strongly clustered
- Shifts fall in regular patterns
- Variation between nurses
[a nurses' actions can *define* when/what is an incident]
- Differently qualified nurses do get different shifts
- A hospital ward is in a non-constant environment [winter/
summer, changing admissions/discharge policy, opening/closing other wards]
- Multiple incidents concerning same patient

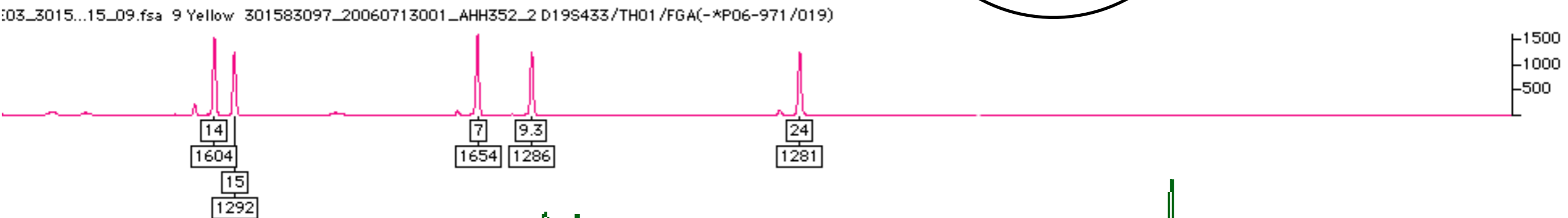
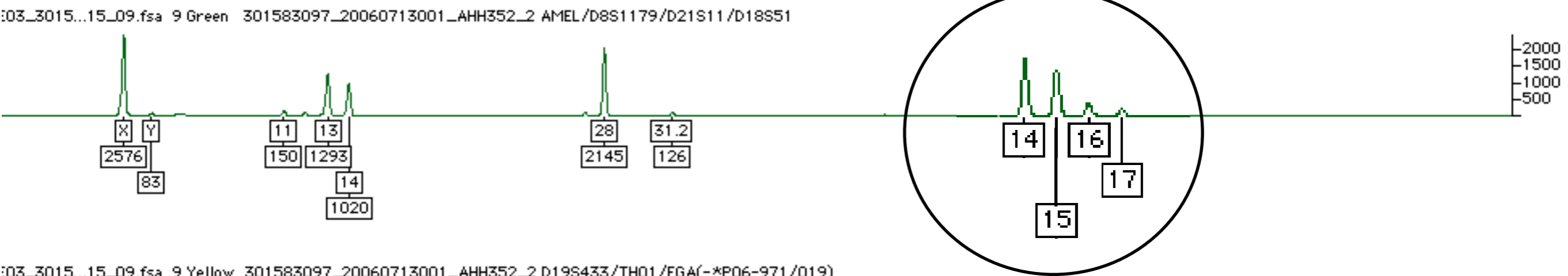
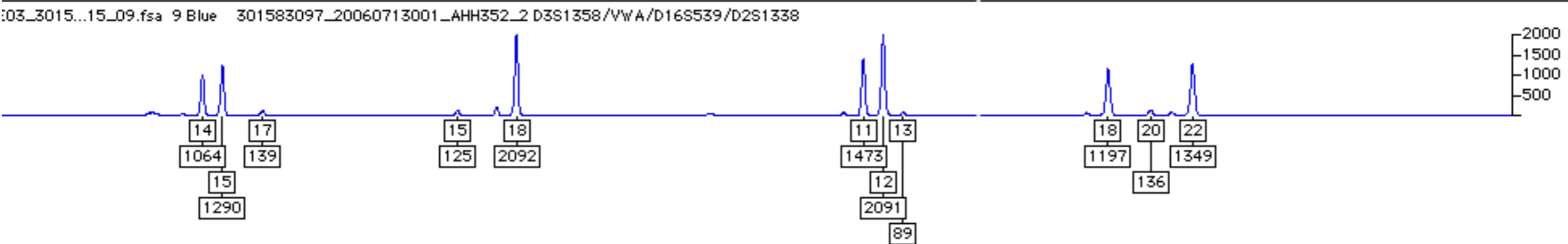
- Hidden confounders cause heterogeneity between nurses, between days
- $\text{var}(X) = E(\text{var}(X|Y)) + \text{var}(E(X|Y))$
- *Independent uniform* random rare events (Elffers):
variance \approx mean
- Unmeasured heterogeneity:
variance \gg mean

The basic empirical research for H_D is still missing ...

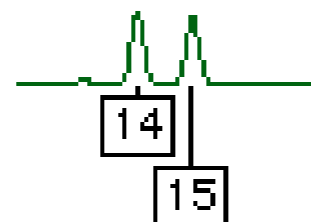
and as long as it remains so, statistics does not help the prosecution (though it might help the defence!)

Alphen aan den Rijn (moordzaak Tamara Wolvers)

Peak: Scan 5520 Size 286.83 Height 68 Area 638 Category: D18S51:13
03_3015...15_09.fsa 9 Blue 301583097_20060713001_AHH352_2 D3S1358/VWA/D16S539/D2S1338

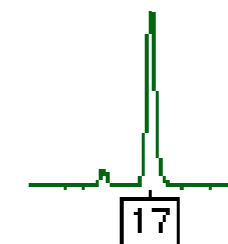


D18: slachtoffer



,

verdachte

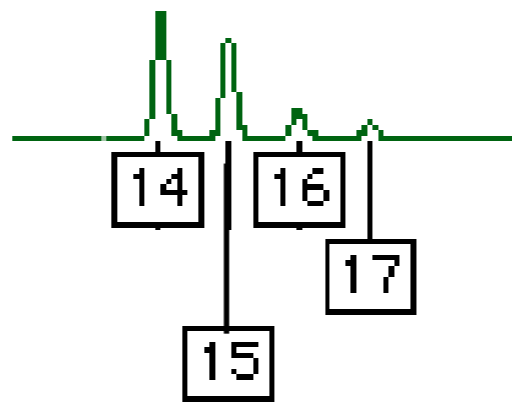


Alphen aan den Rijn (moordzaak Tamara Wolvers)

D18: slachtoffer 

verdachte 

D18: “mengprofiel” vingernagel slachtoffer



NFI Expert: “Als de spoor van twee personen afkomstig is, kunnen we de verdachte uitsluiten.

Als het van drie personen afkomstig is, niet”.

Alphen aan den Rijn

(moordzaak Tamara Wolvers)

NFI Expert: “Als de spoor van twee personen afkomstig is, kunnen we de verdachte uitsluiten.
Als het van drie personen afkomstig is, niet”.

Rest van mengprofiel komt zeer goed overeen met een 90-10 mengsel slachtoffer-verdachte

D19 is meest bekend locus voor *mozaicism* wat daar bij minstens 1 op de 2000 personen voorkomt

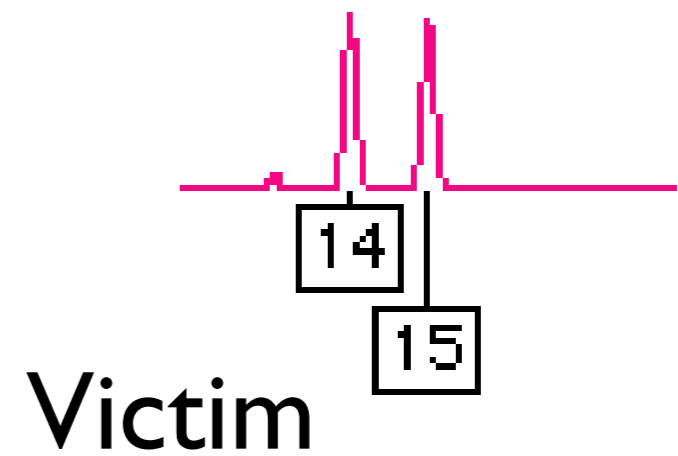
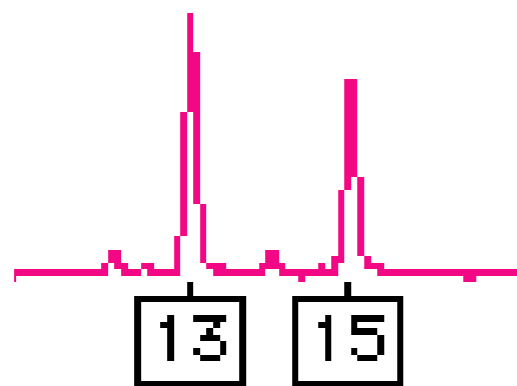
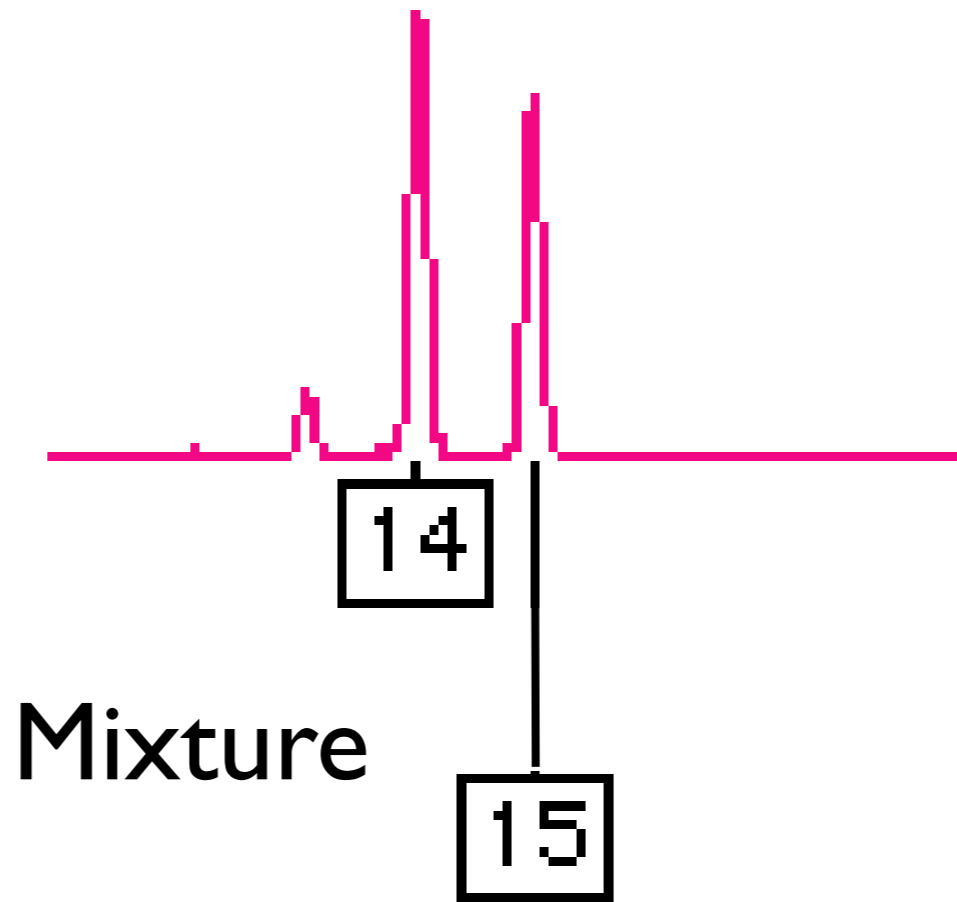
Alphen aan den Rijn

(moordzaak Tamara Wolvers)

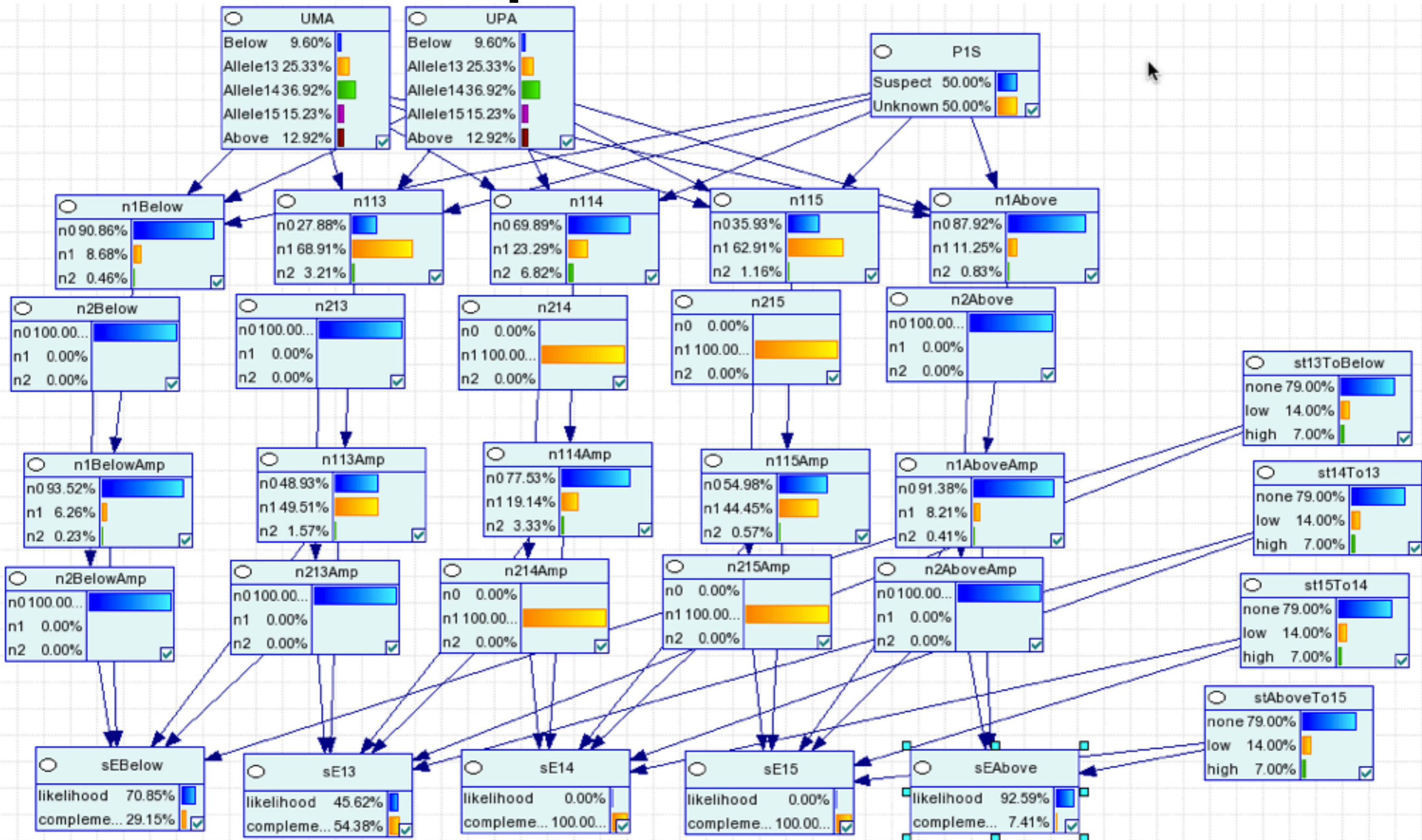
Groottes van pieken geven ook informatie,
mits we goed rekening houden met

- *Stutter*
- *Dropout*
- *Variatie* grootte na/door amplificatie

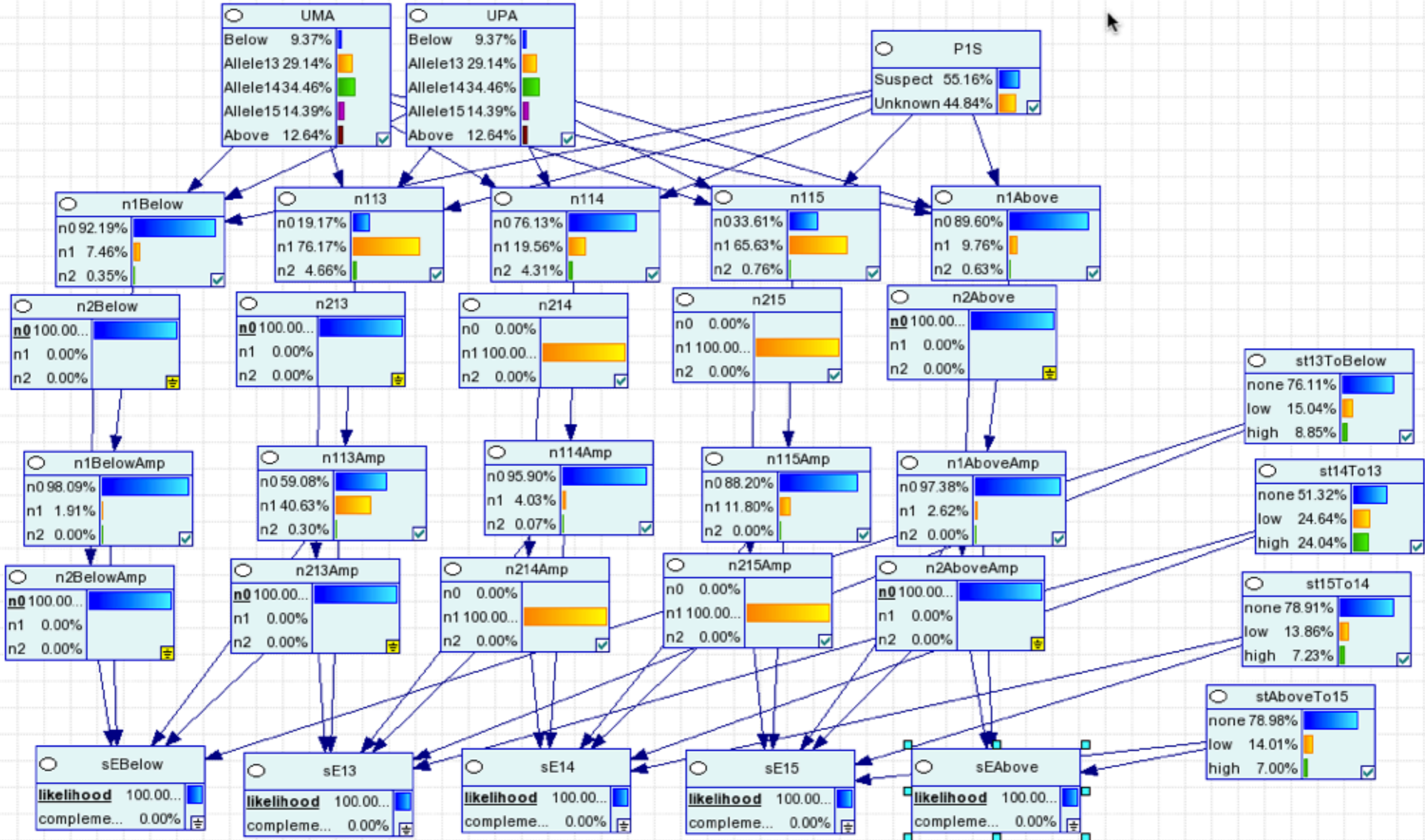
Locus D19



Locus D19: prior



Locus D19: posterior



Rest van mengprofiel komt zeer goed overeen met een 90-10 mengsel slachtoffer-verdachte

D19 is meest bekend locus voor *mozaicism* wat bij minstens 1 op de 2000 personen voorkomt

Evidentiële waarde van mengspoor voor slachtoffer + onbekende versus slachtoffer + verdachte + mozaicism is ruwweg 1:10 000

Evidentiële waarde van mengspoor voor slachtoffer + twee onbekendes versus slachtoffer + verdachte + onbekende is ook ruwweg 1:10 000

Statistiek in de Rechtszaal

Vragen om moeilijkheden

Richard Gill

<http://www.math.leidenuniv.nl/~gill>