

## Irreducibiliteit van zeta-functies (begeleider: R. de Jong)

In [Du] wordt van drie typen objecten  $X$  een zogenaamde (twee-variabele) *zeta-functie*  $Z_X$  gedefinieerd:

1. een (gladde, projectieve, absoluut samenhangende) kromme  $X$  over een eindig lichaam;
2. een lineaire code;
3. een matroïde.

Deze zeta-functie  $X$  codeert bepaalde combinatorische eigenschappen van  $X$ .

Een doel van dit project is om (meer) voorbeelden en eigenschappen van deze zeta-functies te vinden. Bestaat er een constructie van “zeta-functies” waarvan de bovenstaande drie speciale gevallen zijn?

In alle drie de gevallen is de zeta-functie  $Z_X$  a priori een formele machtreeks in twee variabelen  $T, u$ ; preciezer een element van  $\mathbf{Z}[[T, u]]$ . Het blijkt dat iets sterkers geldt: steeds kan de zeta-functie worden geschreven als

$$Z_X(T, u) = \frac{P(T, u)}{(1 - T)(1 - uT)}$$

voor zekere  $P(T, u) \in \mathbf{Z}[T, u]$ . Niko Naumann heeft bewezen (zie bijvoorbeeld [Fr]) dat in het geval van de zeta-functie van een kromme over een eindig lichaam, het polynoom  $P(T, u)$  irreducibel is in  $\mathbf{C}(u)[T]$ . Zijn er eenvoudige nodige/voldoende voorwaarden te vinden in het geval van codes en/of matroïden opdat  $P(T, u)$  irreducibel is in  $\mathbf{C}(u)[T]$ ?

### Literatuur

[Du] I. Duursma, *Combinatorics of the two-variable zeta function*. In: Finite fields and applications, 109–136, Lecture Notes in Comput. Sci., 2948, Springer, Berlin, 2004.

[Fr] M. van Frankenhuijsen, *The two-variable zeta function and the Riemann hypothesis for function fields*. Expo. Math. 26 (2008), no. 3, 249–260.