

Bas Edixhoven: Meetkundes en groepen à la Klein

In ons bachelorprogramma geven we 2 colleges lineaire algebra, en 3 colleges algebra, maar helaas geven we daarvan maar weinig toepassingen in de meetkunde (het vak “Projectieve meetkunde” van Hans Finkelberg is een uitzondering).

Felix Klein maakte in 1872 in zijn inaugurele rede in Erlangen een toen nieuw gezichtspunt op de meetkunde precies:

1. iedere meetkunde geeft ons de groep van transformaties die de definiërende eigenschappen van die meetkunde behouden, de zogenaamd automorfismengroep van die meetkunde;
2. de meetkunde in kwestie kan dan opgevat worden als de studie van eigenschappen die invariant zijn onder haar automorfismengroep.

In deze scriptie gaan we voorbeelden hiervan uitwerken: euclidische meetkunde en isometrieën in \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^2 als vectorruimte en affiene transformaties, projectieve vlakken en projectieve transformaties.

In het bijzonder willen we bewijzen dat elke permutatie van \mathbb{R}^2 die lijnen naar lijnen stuurt een affiene transformatie is, en ook hoe dit zit voor willekeurige lichamen.

Verder kunnen we ook nog naar hyperbolische meetkunde gaan kijken.

Referenties:

1. John Stillwell, The four pillars of geometry. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer, New York, 2005.
<https://link-springer-com.ezproxy.leidenuniv.nl:2443/content/pdf/10.1007%2F0-387-29052-4.pdf>
2. <http://pub.math.leidenuniv.nl/~edixhovensj/teaching/2013-2014/geometry/lectures.pdf>