Het principe van Hasse
(begeleider: Martin Bright)

Neem een polynomiale vergelijking $f(x_1, \ldots, x_n) = 0$ in n variabelen, waar de coëfficienten van f gehele getallen zijn. Als $(a_1, \ldots, a_n) \in \mathbb{Z}^n$ een oplossing is, dat is,

$$f(a_1, \ldots, a_n) = 0,$$

dan geldt natuurlijk ook

$$f(a_1, \ldots, a_n) \equiv 0 \pmod{m}$$

voor alle $m \geq 1$. De vergelijking heeft dus oplossingen "modulo m" voor alle m. Men kan zich afvragen: als een polynomiale vergelijking oplossingen modulo m heeft voor alle m, heeft de vergelijking dan noodzakelijk een oplossing in gehele getallen?

Minkowski heeft bewezen dat dit inderdaad waar is als f een homogeen polynoom van graad 2 is. Hasse heeft de stelling van Minkowski uitgebreid tot algemene getallenlichamen in plaats van $\mathbb{Q}$, waardoor dit principe het "principe van Hasse" wordt genoemd. Het principe van Hasse wordt tegenwoordig bestudeerd met behulp van p-adische getallen.

Mogelijke onderwerpen te behandelen zijn: het bewijs van de stelling van Minkowski; andere gevallen van het principe van Hasse; tegenvoorbeelden van het principe van Hasse; en hoe de oplosbaarheid van een gegeven vergelijking modulo alle m te bepalen is.

Referentie: Serre, *A Course in Arithmetic*.