

**EERSTE DEELTENTAMEN LINEAIRE ALGEBRA EN BEELDVERWERKING
MAART 2012**

Bij het tentamen mogen alleen pen en tentamenpapier gebruikt worden. Je hebt 1,5 uur de tijd. Er zijn in totaal vijf vragen en iedere vraag telt even zwaar mee. Leg bij alle vragen uit hoe je aan je antwoord komt en schrijf ook tussenstappen in de berekeningen op. Voor het antwoord alleen krijg je slechts een deel van de punten. Vergeet niet je naam en je studentnummer boven ieder vel te zetten. Veel succes!

Vraag 1. Beschouw het volgende stelsel lineaire vergelijkingen.

$$\begin{aligned}x_1 + kx_2 &= -2 \\ 3x_1 - 9x_2 &= h\end{aligned}$$

Kies een waarde voor h en een waarde voor k , zodat

- (a) het stelsel inconsistent is.
- (b) het stelsel oneindig veel oplossingen heeft.
- (c) het stelsel een unieke oplossing heeft.

Vraag 2. Geef alle oplossingen van de vergelijking $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ in de parametrische vectorvorm voor de matrix A gegeven door:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 4 & 10 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & 0 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Vraag 3. Geef in (a), (b), (c) en (d) steeds aan of de gegeven verzameling vectoren lineair afhankelijk is of niet en leg je antwoord uit.

$$\begin{aligned}\text{(a)} \quad & \left\{ \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}, & \text{(b)} \quad & \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 15 \\ 9 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ -10 \\ 6 \end{bmatrix} \right\} \\ \text{(c)} \quad & \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}, & \text{(d)} \quad & \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ 4 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix} \right\}\end{aligned}$$

Er staan nog 2 vragen op de andere kant.

Vraag 4. Beschouw de lineaire transformatie $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeven door

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (2x_1, x_2 + x_3 + x_4, x_1 - x_3 + x_4).$$

- (a) Wat is het beeld onder T van de vector $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$?
- (b) Geef de standaardmatrix voor T .
- (c) Is T surjectief (onto)? Licht je antwoord toe.
- (d) Is T injectief (one-to-one)? Licht je antwoord toe.

Vraag 5. (a) Inverteer de matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 0 & 3 & 3 \\ -3 & 6 & 10 \end{bmatrix}.$$

- (b) Gebruik het resultaat bij (a) om een vector $\mathbf{x}$ te vinden zodat $A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$.
- (c) Is de matrix $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ inverteerbaar? Licht je antwoord toe.