

1 Dualiteit in Markov processen.

Zij X_t, Y_t Markovprocessen op een ruimte Ω , resp. Ω' . We zeggen dat X_t en Y_t elkaars duale zijn met dualiteitsfunctie $H : \Omega \times \Omega' \rightarrow \mathbb{R}$ indien voor alle $x \in \Omega, y \in \Omega'$:

$$\mathbb{E}_x H(X_t, y) = \mathbb{E}_y H(x, Y_t)$$

Een belangrijk voorbeeld in populatiedynamica is de Wright-Fisher diffusie en de Kingman's coalescent. In dit geval is X_t een diffusieproces, Y_t een proces op de natuurlijke getallen, en $H(x, n) = x^n$. Omdat het proces Y_t veel eenvoudiger is dan het proces X_t , is dualiteit een bijzonder nuttige eigenschap: uit het (eenvoudige) proces Y_t leiden we het gedrag van de momenten van het (ingewikkelde) proces X_t af.

Bedoeling van dit project is aan de hand van voorbeelden te onderzoeken wanneer een proces een “nuttig” dual proces heeft, en hoe we de functies $H(x, y)$ kunnen vinden.