

Benadering van de Hodgkin-Huxley dynamica voor elektrische pulsen in neuronen via FitzHugh-Nagumo vergelijkingen

Voorstel bachelorproject Bachelor Seminarium AS&B, voorjaar 2009
Begeleider: dr. Sander Hille

Op grond van zeer veel en gedetailleerd experimenteel onderzoek slaagden Hodgkin en Huxley in 1952 erin een wiskundig model te formuleren dat de gevonden elektrische pulsen en oscillaties in het zogenaamde 'giant axon' van een soort inktvis kon beschrijven. Dit model is een systeem van vier niet-lineaire, gekoppelde gewone differentiaalvergelijkingen (ODEs). Voor dit baanbrekend onderzoek op het terrein van de elektrofysiologie ontvingen zij in 1963 de Nobelprijs voor Fysiologie of Geneeskunde. De analyse van het mogelijk gedrag van de oplossing van de Hodgkin-Huxley vergelijkingen wordt bemoeilijkt door het aantal van vier dynamische variabelen. FitzHugh en - onafhankelijk - Nagumo stelden rond 1961 reeds een stelsel van twee gekoppelde ODEs op dat het gedrag van het ingewikkelder systeem goed wist te benaderen. Dit stelsel heet de 'FitzHugh-Nagumo vergelijkingen'.

In de moderne literatuur worden de FitzHugh-Nagumo vergelijkingen typisch afgeleid uit de Hodgkin-Huxley vergelijkingen door gebruik te maken van tijdschaalseparatie- en perturbatiemethoden. De originele artikelen van FitzHugh lijken echter een andere weg te volgen.

In dit project leer je hoe je de oplossing van een systeem van ODEs kunt benaderen met die van een kleiner, eenvoudiger, systeem van ODEs door tijdschaalseparatie- en perturbatiemethoden. Je gaat daarbij op zoek in de literatuur naar diverse varianten van afleiding die gebruikt zijn. Via simulatie zie je of de aannames die bij deze afleidingen gemaakt worden 'redelijk' zijn. Een belangrijk en vernieuwend onderdeel van het project is de bestudering van originele artikelen van FitzHugh om te doorgronden hoe zijn afleiding in elkaar steekt en om deze te vergelijken met de eerder genoemde aanpak via tijdschaalseparatie. De originele aanpak van FitzHugh lijkt in de moderne literatuur onderbelicht. Via dit project kun jij hierop nieuw licht laten schijnen.

Tijdschaalseparatie- en perturbatiemethoden worden veelvuldig gebruikt in de toegepaste analyse om iets te kunnen zeggen over het gedrag van oplossingen van stelsels gewone (en partiële) differentiaalvergelijkingen. Dit project laat je kennismaken met deze techniek aan de hand van een zeer belangrijk voorbeeld: twee modellen die het fundamenteel vormen van de elektrofysiologie. Er zit een klein element van literatuuronderzoek in het project. Bovendien geeft het inzicht in een stuk historische ontwikkeling van de analyse van deze specifiek wiskundige modellen.
