

Michiel Kusters - Mathematisch Instituut, Universiteit Leiden :)
mkusters@math.leidenuniv.nl, January 10, 2012

Ringen met eindig veel idealen.

Een opgave in het Nieuw Archief voor Wiskunde een klein jaar geleden, gemaakt door Hendrik Lenstra, ging ongeveer als volgt:

Laat zien dat er geen commutatieve ring bestaat met precies 5 idealen die geen hoofdideaalring is.

Een korte oplossing van deze opgave zal ik hier niet geven, dat laat ik aan jullie over. Deze opgave riep bij mij direct een aantal andere vragen en opgaves op. Hieronder zie je een kort lijstje van dingen die in de bachelorscriptie onderzocht kunnen worden:

- i. Een ring heeft eindig veel idealen dan en slechts dan als het een product is van een artinse hoofdideaalring en een eindige ring.
- ii. Voor welke n bestaat een ring die geen hoofdideaalring is maar precies n idealen heeft? Het liefst zien we hier een constructief bewijs.
- iii. Gegeven een n , geef alle isomorfietyes van ringen die geen hoofdideaalringen zijn maar precies n idealen bevatten.

Ik denk dat het belangrijk voor de student is om hiervoor eerst meer theorie over artinse ringen te leren. Als deze gevallen opgelost zijn, kunnen we verder kijken wat er gebeurt in het niet-commutatieve geval. Verder kunnen we ook naar andere problemen kijken, zoals: “Welke commutatieve ringen hebben maar eindig veel deelringen?”

Ik denk dat de student zelf ook met een aantal interessante vragen zal komen als hij zich verder in dit onderwerp verdiept.