

## ULTRAFILTERS

Een *filter* op een verzameling  $X$  is een familie,  $\mathcal{F}$ , van deelverzamelingen van  $X$  met de volgende eigenschappen

- (1)  $\emptyset \notin \mathcal{F}$  en  $X \in \mathcal{F}$ ;
- (2) als  $F, G \in \mathcal{F}$  dan  $F \cap G \in \mathcal{F}$ ; en
- (3) als  $F \in \mathcal{F}$  en  $F \subseteq G$  dan  $G \in \mathcal{F}$ .

Filters worden veel gebruikt om convergentie in willekeurige topologische ruimten te definiëren en beschrijven.

Een *ultrafilter* is een filter dat maximaal is ten opzichte van de inclusierelatie: een filter  $\mathcal{U}$  is een ultrafilter als voor elk filter  $\mathcal{F}$  met  $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{F}$  geldt dat  $\mathcal{U} = \mathcal{F}$ . Ultrafilters worden nog meer gebruikt dan ‘gewone’ filters: als punten in topologische ruimten, om de Niet-standaard Analyse te onderbouwen, in de modeltheorie by het maken van modellen, ...

In dit project bekijken we een aantal kwantitatieve problemen over ultrafilters, zoals

- (1) Hoeveel ultrafilters zijn er op een verzameling?
- (2) Hoeveel verzamelingen zijn er nodig om een ultrafilter te beschrijven?
- (3) Hoeveel verschillende typen ultrafilters zijn er?

## LITERATUUR

- [1] W. W. Comfort and S. Negrepontis, *The Theory of Ultrafilters*, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen. Band 211, Springer-Verlag, Berlin, 1974.