Derde huiswerkopdracht Lineaire algebra 1

October 31, 2010

Dit huiswerkexamen moet 8 november, uitgewerkt in LaTeX, worden ingeleverd aan het **begin** van het college. Vergeet niet je naam en studentennummer op het materiaal te zetten dat je inlevert. Overleggen mag, maar je moet het zelf opschrijven. **Kopiëren mag dus niet**.

- **Opgave 1:** Zij P de vectorruimte van polynomen over $\mathbb{R}$ en zij U de deelruimte opgespannen door de elementen

$$\begin{array}{rrrrrr} f_1 = & x^4+ & 2x^3+ & -x^2+ & & 1, \\ f_2 = & -x^4+ & x^3+ & x^2+ & -2x+ & 2, \\ f_3 = & 3x^4+ & x^3+ & 2x^2+ & -x+ & 1, \\ f_4 = & -3x^4+ & 2x^3+ & -2x^2+ & -x+ & 2. \end{array}$$

  Bereken een basis voor U en de dimensie van U.

- **Opgave 2:** Zij U_1 en U_2 de deelruimtes van $\mathbb{R}^5$ gegeven door

$$U_1 = L\big((1,2,-1,0,1),(-1,1,1,-2,2),(3,1,2,-1,1)\big),$$
$$U_2 = L\big((-2,0,2,1,3),(2,1,1,-2,2),(-3,-1,5,0,3)\big).$$

  Geef een basis voor de doorsnede $U_1 \cap U_2$.

- **Opgave 3:** Zij V een vectorruimte. Laat zien dat er geldt $\dim V = \infty$ dan en slechts dan als er een oneindige rij van lineair onafhankelijke vectoren $v_1, v_2, v_3, \ldots$ in V bestaat.

- **Opgave 4:** Gegeven een vectorruimte V van dimensie n en twee deelruimtes U_1 en U_2 met $U_1 \cap U_2 = (0)$. Bewijs dat als geldt $\dim U_1 + \dim U_2 \geq n$, dan geldt $\dim U_1 + \dim U_2 = n$ en $U_1 + U_2 = V$.