Derde huiswerkopdracht Lineaire algebra 1

November 27, 2010

Dit huiswerkexamen moet 6 december, uitgewerkt in LaTeX, worden ingeleverd aan het **begin** van het college. Vergeet niet je naam en studentennummer op het materiaal te zetten dat je inlevert. Overleggen mag, maar je moet het zelf opschrijven. **Kopiëren mag dus niet**.

- **Opgave 1:** Voor positieve gehele getallen m, n schrijven we

  $$\mathrm{Mat}(m \times n, \mathbb{R})$$

  voor de vectorruimte van alle $m \times n$ matrices, met de gebruikelijke optelling en scalaire vermenigvuldiging. Zij M de matrix

  $$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

  a) Voor welke n is er een afbeelding

  $$T \colon \mathrm{Mat}(4 \times 14, \mathbb{R}) \to \mathrm{Mat}(3 \times n, \mathbb{R}), \quad X \mapsto MX$$

  ?

  b) Laat zien dat T lineair is.

  c) Stel $X \in \ker T$. Laat zien dat voor elke kolomvector v van X geldt $v \in \ker M$.

  d) Geef een basis voor de kern van T.

  e) Wat is de rang T?

- **Opgave 2:**

  Zij $V \subset \mathbb{R}^3$ het vlak gegeven door $x_1 - x_2 + x_3 = 0$ en zij $S \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ de spiegeling in V. Geef een matrix M zodat deze afbeelding overeenkomt met $x \mapsto Mx$.

- <u>**Opgave 3:**</u> Gegeven de matrix

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 4 & -2 \\ 3 & -3 & 2 & -2 \\ 4 & -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

  en de vector

$$b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

  Bepaal alle $x \in \mathbb{R}^4$ waarvoor geldt $Mx = b$.

- <u>**Opgave 4:**</u> Bereken van de volgende matrices over $\mathbb{R}$ de “reduced row-echelon form,” de rang, een basis voor de rijruimte, een basis voor de kern, en de inverse als die bestaat.

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -3 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & -3 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$