

# Lineaire algebra I (wiskundigen)

Toets, donderdag 23 oktober, 2014

- (1) Zij  $V \subset \mathbb{R}^3$  het vlak

$$V = \{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - 3y + z = 1 \}.$$

Bepaal de afstand van het punt  $q = (-6, 5, 0) \in \mathbb{R}^3$  tot het vlak  $V$ .

- (2) Bepaal voortbrengers voor de kern van de volgende matrix.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

- (3) Gegeven is de matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4/9 & -4/9 & -7/9 \\ 8/9 & 1/9 & 4/9 \\ -1/9 & -8/9 & 4/9 \end{pmatrix}.$$

- (a) Laat zien dat er geldt  $A^4 = I_3$ , waarbij  $I_3$  de  $3 \times 3$  identiteitsmatrix is.
- (b) De afbeelding  $r: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  die  $x \in \mathbb{R}^3$  stuurt naar  $A \cdot x$  is een rotatie om een lijn  $L$  door de oorsprong  $0$ . Bepaal deze lijn  $L$ . Dat wil zeggen, geef een voortbrenger van  $L$ .

- (4) Zij  $W$  een vectorruimte over  $\mathbb{R}$ . Stel  $U_1, U_2, V_1, V_2$  zijn deelruimtes van  $W$  en neem aan dat er geldt:

- (i)  $U_1 \subset V_1$  en  $U_2 \subset V_2$ ,  
(ii)  $U_1 + U_2 = W$  en  
(iii)  $V_1 \cap V_2 = \{0\}$ .

Bewijs dat er geldt  $U_1 = V_1$  en  $U_2 = V_2$ .