

Mathematisch Instituut
Universiteit Leiden

Toets Lineaire Algebra 1 - 25 oktober 2012, 10:00 – 12:00

Motiveer steeds je antwoord.

Opgave 1. Bepaal de afstand van $P = (1, 2, 3) \in \mathbf{R}^3$ tot het vlak V in \mathbf{R}^3 gegeven door $x - 2y + 3z = 1$.

Opgave 2. Zij $A : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ de spiegeling in de y -as en zij $B : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ de spiegeling in de lijn gegeven door $3x + 4y = 0$.

- (a) Geef de matrixrepresentatie van A .
- (b) Geef de matrixrepresentatie van B .
- (c) Bereken AB en BA .

Opgave 3. Laat A de volgende 3×7 matrix over \mathbf{R} zijn:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 3 & 11 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 3 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & -1 & 5 & 16 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bepaal de gereduceerde row-echelonvorm van A .
- (b) Bepaal $\ker(A)$, dat wil zeggen, vind een stel vectoren die de kern van A opspannen.

Opgave 4. Zij $V = \mathbf{R}^{\mathbf{N}} = \{f : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}\}$, de \mathbf{R} -vectorruimte van functies van \mathbf{N} naar \mathbf{R} . Beschouw voor $\lambda \in \mathbf{R}$ de afbeelding

$$R_\lambda : V \rightarrow V, (x_0, x_1, x_2, \dots) \mapsto (\lambda, x_0, x_1, \dots).$$

Laat

$$S : V \rightarrow V, (x_0, x_1, x_2, \dots) \mapsto (x_1, x_2, \dots).$$

- (a) Bewijs: R_λ is lineair $\iff \lambda = 0$.
- (b) Zijn de afbeeldingen S en R_0 injectief? Surjectief?
- (c) Laat zien: $SR_0 = \text{id}_V$.