

**Lineaire algebra 2: huiswerkset 5**  
(Secties 9 en 10 (en 5), slechts 3 opgaven deze keer)  
Deadline: 10 december 2013, 9:00 uur

**(H5.1)** Beschouw  $\mathbf{C}^3$  met het Hermitese standaardinproduct  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ , en zij  $v \in \mathbf{C}^3$  en vector met  $\langle v, v \rangle = 1$ . Definiëer de lineaire afbeelding  $f : \mathbf{C}^3 \rightarrow \mathbf{C}^3$  door  $f(x) = x - i\langle x, v \rangle v$ .

1. Laat zien dat de geadjungeerde (Engels: *adjoint*) van  $f$  gegeven is door  $f^*(x) = x + i\langle x, v \rangle v$ .
2. Bepaal de eigenwaarden en eigenvectoren van  $f$ .
3. Laat zien dat  $f$  normaal is.
4. Is  $f$  een isometrie?

**(H5.2)** Geef de Jordannormaalvorm (inclusief coördinatentransformaties) van de matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & -1 \\ 0 & -4 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

**(H5.3)** Beschouw de kwadratische vorm  $q : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  gegeven door

$$q\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = 3x^2 - 4xy.$$

1. Geef een symmetrische matrix  $A$  waarvoor geldt

$$q\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = (x \ y) \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

2. Vind  $a, b \in \mathbf{R}$  en een orthogonale  $2 \times 2$ -matrix  $C$  zó dat voor alle  $u, v \in \mathbf{R}$  geldt

$$q\left(C \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}\right) = au^2 + bv^2.$$

3. Welke waarden neemt  $q$  aan op de eenheidscirkel in  $\mathbf{R}^2$ ?