Lineaire algebra 2: huiswerkset 5
Secties 9 en 10 (en 5)
Deadline: 9 december 2015, 9:00 uur

(H5.1) Beschouw $\mathbf{C}^3$ met het Hermitese standaardinprodukt $\langle\cdot,\cdot\rangle$, en zij $v \in \mathbf{C}^3$ en vector met $\langle v, v\rangle = 1$. Definiëer de lineaire afbeelding $f : \mathbf{C}^3 \to \mathbf{C}^3$ door $f(x) = x - i\langle x, v\rangle v$.

1. Laat zien dat de geadjungeerde (Engels: *adjoint*) van f gegeven is door $f^*(x) = x + i\langle x, v\rangle v$.
2. Bepaal de eigenwaarden en eigenvectoren van f.
3. Laat zien dat f normaal is.
4. Is f een isometrie?

(H5.2) Geef de Jordannormaalvorm (inclusief coördinatentransformaties) van de matrix

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & -1 \\ 0 & -4 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

(H5.3) Beschouw de kwadratische vorm $q : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ gegeven door

$$q\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = 3x^2 - 4xy.$$

1. Geef een symmetrische matrix A waarvoor geldt

$$q\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = (x\ y) \cdot A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

2. Vind $a, b \in \mathbf{R}$ en een orthogonale 2×2-matrix C zó dat voor alle $u, v \in \mathbf{R}$ geldt

$$q\left(C\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}\right) = au^2 + bv^2.$$

3. Welke waarden neemt q aan op de eenheidscirkel in $\mathbf{R}^2$?