Wiskunde voor de rozenkweker

Vivi Rottschäfer
Universiteit van Leiden
vivi@math.leidenuniv.nl

1 Introductie

In februari 2002 vond de tweeënveertigste Studiegroep Wiskunde met de Industrie plaats. Een van de problemen betrof het modelleren van de groei van rozen in een kas en ik maakte deel uit van de groep die daaraan heeft gewerkt.

De productie van rozen is steeds commerciëler geworden waarbij ook de concurrentie groot is. Terwijl de ervaring van de rozenkweker nog steeds een grote rol speelt, is het belang van modelleren van de biochemische processen die plaatsvinden toegenomen. De wens van een rozenkweker is natuurlijk om de productie van zijn rozen te optimaliseren bij beperkte kosten. De groei van rozen en daarmee de productie hiervan wordt beïnvloed door het klimaat in de kas. Dit wordt tegenwoordig volledig door de computer gestuurd. Tot nu toe is het programmeren van zo'n klimaatcomputer gebaseerd op de ervaring van de kweker, maar hoe een maximale productie gerealiseerd kan worden is nog niet bekend. Het is namelijk niet voldoende om het interne klimaat constant te houden omdat plotselinge veranderingen in het weer (buiten de kas) en in de seizoenen invloed zal hebben op de temperatuur en andere condities in de kas. Door een plotselinge regenbui, bijvoorbeeld, kan de temperatuur verlagen wat de rozenoogst een aantal dagen of weken later zal beïnvloeden.

Als eerste stap naar het aansturen van het klimaat voor het verkrijgen van een maximale rozenproductie hebben wij een wiskundig model ontwikkeld. Dit beschrijft, gegeven de klimaatcondities, de productie van de totale massa van de rozen in de kas. Uiteindelijk hopen we dat het model gebruikt kan worden om het klimaat in de kas dynamisch in te stellen zodat de rozenproductie maximaal wordt.

Rozen groeien door assimilatie van CO_2, dit proces vindt plaats in de bladeren en heet fotosynthese. De CO_2-assimilatie, en daarom ook de groei van rozen, wordt beïnvloed door verschillende omgevingsfactoren. Over sommige van deze factoren heeft de kweker (enige mate van) controle door bijvoorbeeld het gebruik van verwarming en lampen, het openen of sluiten van ramen en door blindering voor de ramen om schaduw te creëren. Hiermee kan hij de CO_2**-concentratie in de lucht** $\mathbf{C_a}$ (door ventilatie), de **relatieve luchtvochtigheid** $\mathbf{R_H}$, de **temperatuur in de kas** $\mathbf{T_a}$ en de **lichtintensiteit** $\mathbf{I_0}$ veranderen.

2 Het lokale model

Wij zijn gestart met een model dat we hebben afgeleid uit [2, 3]. Dit model beschrijft de snelheid van fotosynthese van één enkel blad met een bepaalde leeftijd afhankelijk van de temperatuur T_a, de luchtvochtigheid R_H en de concentratie CO_2 in de kas C_a en van de hoeveelheid licht wat op het blad valt. Omdat dit slechts de fotosynthese van een blad met één bepaalde leeftijd geeft noemen dit het 'lokale' model. Voor het lokale model blijkt dat de **snelheid van fotosynthese P** per eenheid bladoppervlakte geschreven kan worden als een vergelijking van de vorm

$$P = f(P, a, T_a, R_H, C_a, I) \tag{1}$$

waarbij a de leeftijd van het blad is en I de hoeveelheid licht wat er op valt. De functie f is niet-lineair en expliciet bekend. Aangezien de uitdrukking voor f tamelijk gecompliceerd is in termen van een groot aantal (bekende) constanten geven we deze hier niet, maar verwijzen we voor de formule en verdere details hiervan naar [1].

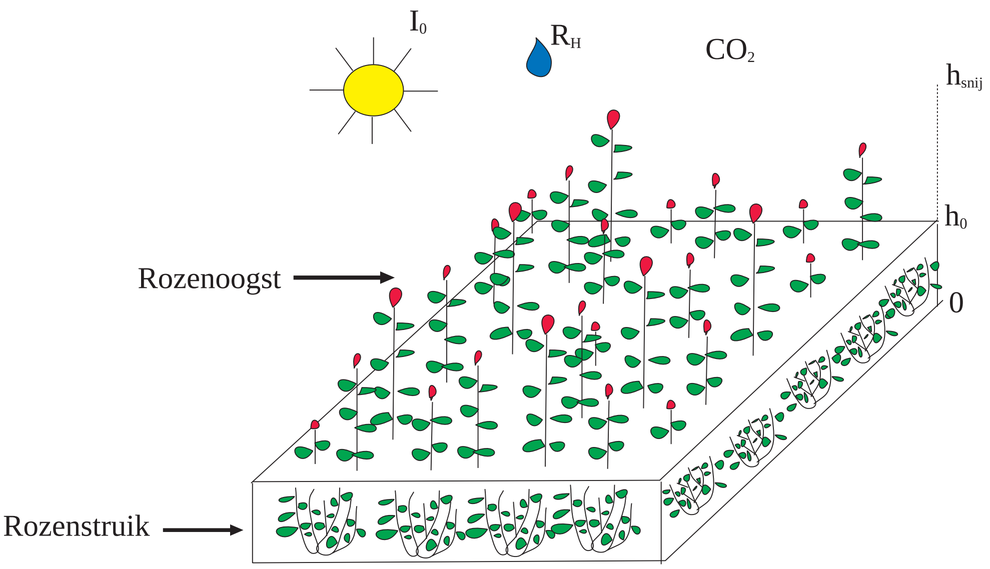
Aan ons de uitdaging om dit lokale model van de fotosynthese van een enkel blad uit te breiden naar een model dat de gehele rozenproductie in de kas beschrijft. Het mag duidelijk zijn dat dit geen eenvoudige taak is omdat de fotosynthese afhangt van de leeftijd van een blad en de hoeveelheid licht die er op valt. Allebei deze grootheden veranderen dynamisch met de tijd in de kas omdat de rozenplanten groeien. Hierbij ontstaan nieuwe jonge bladeren waardoor de leeftijdsverdeling in de kas verandert en ook zullen de lager gelegen bladeren minder licht ontvangen.

3 Aannames in het model

Om de rozen te modelleren hebben we verschillende aannames gemaakt over de structuur van de rozenplanten en de groei van rozen. Deze aannames zijn in overleg met een adviseur van rozenkwekers (mede bioloog) tot stand gekomen en zijn (redelijk) representatief voor rozengroei in een kas. Allereerst nemen we aan dat elke plant verdeeld kan worden in twee delen:

1. de **rozenoogst**, bovenin, welke bestaat uit 1 of meer **rozenstammen** die afgesneden worden; dit is de uiteindelijke rozenproductie.
2. de **rozenstruik**, onderop, die de stammen ondersteunt en niet geoogst of afgesneden wordt.

Zie figuur 1 voor een schets van onze geïdealiseerde kas. De struik heeft een



Figuur 1: Een schets van onze geïdealiseerde kas. Hier is R_H de relatieve luchtvochtigheid, I_0 de totale lichtintensiteit en h_0 het niveau waarop de rozen afgeknipt worden op het moment dat ze de hoogte h_{snij} hebben bereikt.

constante hoogte $\mathbf{h_0}$ en bevat bladeren die CO_2 assimileren en dus bijdragen aan de totale hoeveelheid energie die wordt geproduceerd in de planten. De rozenstammen in de oogst groeien verticaal uit de rozenstruik en worden geplukt op het moment dat ze de hoogte $\mathbf{h_{snij}}$ hebben bereikt. Op dat moment worden de rozen afgesneden op hoogte h_0 zodat ze allemaal dezelfde lengte $h_{snij} - h_0$ hebben. De hoogte $h = 0$ wordt gedefinieerd op de grond van de kas dus bij de onderkant van de struik. We nemen ook aan dat nieuwe stammen uit de bovenkant van de struik groeien. Dus, nieuwe scheuten ontstaan allemaal op hoogte h_0 en verder veronderstellen we dat ze ontstaan met een snelheid die recht evenredig is met de totale fotosynthese in de kas.

Als verdere simplificatie verwaarlozen we dat deel van de door de rozen geproduceerde energie die gebruikt wordt voor onderhoud, opslag en het ontstaan van bloemen in de planten. We nemen aan dat de energie die verkregen wordt door de fotosynthese in de struik én in de stammen *volledig* gebruikt wordt om de massa van de stammen in de oogst te vergroten.

We weten uit het lokale model, sectie 2, dat de fotosynthese in één enkel blad afhangt van de leeftijd van het blad en daarom moeten we weten waar jongere en oudere bladeren gepositioneerd zijn op een rozenplant. Dit is de reden dat in ons model alle nieuwe bladeren aan de top van de rozenstruik ontstaan, wat relatief goed overeen komt met de realiteit. Ook nemen we aan dat de bladeren, en daarom het bladoppervlakte, uniform verdeeld zijn langs de stam. Met andere woorden, de oppervlakte van de bladeren aan een stam is recht evenredig met de lengte van de stam. De rozenkweker is uiteindelijk geïnteresseerd in de massa van de oogst en daarom veronderstellen we dat de massa van elke stam (inclusief de bladeren) recht evenredig is met zijn lengte.

3.1 Rozen zijn niet egoïstisch

Een verdere belangrijke, maar ook realistische, aanname die het model van de rozen in de kas vereenvoudigd is het zogenaamde **principe van niet egoïstisch zijn**. Dit principe zegt dat energie verkregen uit fotosynthese van een blad, aan een stam of in de struik, gelijkmatig bijdraagt aan de groei van alle rozenstammen of deze nou kort of lang zijn. Vrij vertaald "rozen zijn niet egoïstisch". Hieruit volgt dat, alhoewel een langere stam meer bladeren heeft en meer CO_2 zal assimileren dan een kortere stam, de totale geproduceerde energie gelijkelijk tussen hen verdeeld zal worden. Als resultaat hiervan groeit elke stam met dezelfde snelheid onafhankelijk van zijn eigen fotosynthese-snelheid.

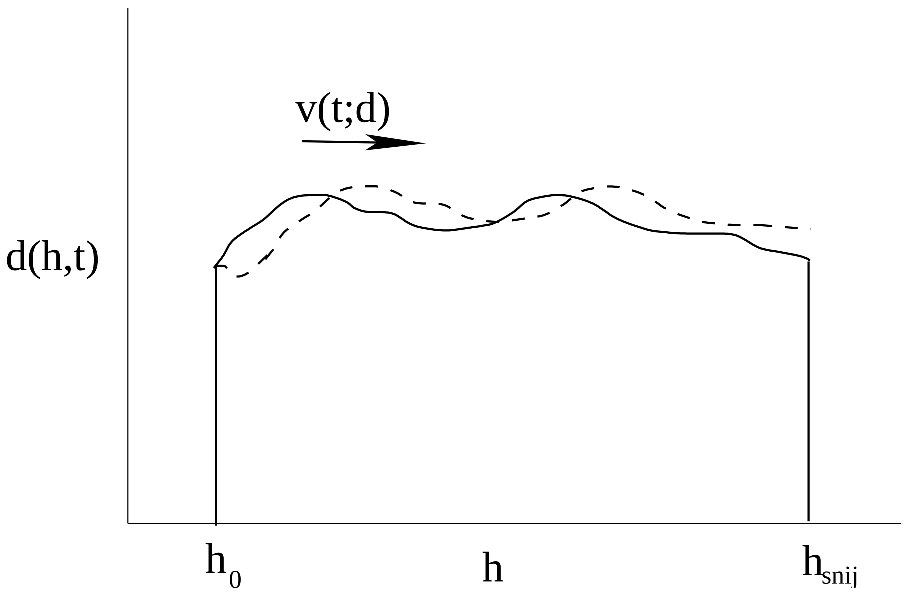
Dit 'principe van niet egoïstisch zijn' komt naar voren in gegevens gemeten in kassen en ook in de observatie dat een enkele rozenplant met een aantal rozenstammen van verschillende lengtes zich gedraagt als een geheel. Op deze manier kunnen nieuwe jongere (kortere) stammen zich snel ontwikkelen ook al bezitten ze niet zo'n groot bladoppervlakte (en assimileren ze dus niet zoveel CO_2) als oudere (langere) stammen.

4 Het globale model van de kas

In deze sectie zullen we het totale model van de groei van rozen in een kas in een aantal stappen beschrijven. Uiteindelijk zal dit model in termen van het lokale model (1) worden gegeven.

4.1 De groei-vergelijking

We beschrijven de toestand van de rozen op een gegeven tijdstip t door de **stamdichtheidsfunctie** $\mathbf{d}(\mathbf{h}, \mathbf{t})$ die de verdeling van stammen van verschillende hoogtes representeert. De functie $d(h,t)$ wordt gedefiniëerd als het *aantal* stammen met hoogte h per vierkante meter kas op tijdstip t. De dynamica van d kan verkregen worden met behulp van het principe van niet egoïstisch zijn wat geïntroduceerd is in de vorige sectie. Uit dit principe volgt namelijk dat elke rozenstam met dezelfde snelheid groeit. Daarom is er sprake van advectie van de dichtheidsfunctie $d(h,t)$ met een **groeisnelheid** $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{t};\mathbf{d})$ die *onafhankelijk* is van h, zie figuur 2. De dynamica van d wordt beschreven door de



Figuur 2: Elke roos groeit met dezelfde snelheid. Hier is $d(h,t)$ het aantal stammen per vierkante meter kas als functie van de hoogte h en tijd t. Er vindt advectie van deze dichtheidsfunctie $d$plaats met een groeisnelheid $v = v(t;d)$.

volgende advectie-vergelijking

$$\frac{\partial d}{\partial t} + v\,\frac{\partial d}{\partial h} = 0. \tag{2}$$

Om deze vergelijking te vervolledigen moeten ook een begintoestand van de rozen en een randvoorwaarde gedefinieerd worden. De randvoorwaarde op $h = h_0$ die het ontstaan van nieuwe stammen uit de rozenstruik weergeeft, volgt opnieuw uit een van de aannames gedaan in de vorige sectie. We weten namelijk dat nieuwe stammen ontstaan op $h = h_0$ met een snelheid recht evenredig met de totale fotosynthese in de kas.

Met behulp van de functie d kan ook de **oogstsnelheid** $\mathbf{H}(\mathbf{t})$ per vierkante meter kas worden bepaald. Namelijk, omdat rozen geoogst worden wanneer ze de hoogte h_{snij} hebben bereikt met een lengte $h_{snij} - h_0$ is de oogstsnelheid

$$H(t) \propto\ v(t;d)\,(h_{snij} - h_0)\,d(h_{snij},t).$$

Van nu af aan betekent $\propto$ 'recht evenredig met'. Merk op dat de rozenkweker deze oogstsnelheid wil maximaliseren !

4.2 Bepalen van de groeisnelheid

De groeisnelheid v kan bepaald worden met behulp van een massa balans. Hiertoe bekijken we de **netto fotosynthese-snelheid $\mathbf{P_{net}}$** die de uitstoot of opname van CO_2 per vierkant meter weergeeft in zowel de struik als de stammen. De netto fotosynthese-snelheid P_{net} verandert niet alleen door wijzigingen in het klimaat in de kas maar ook door de groei van de rozen (struik en oogst) én door het afsnijden van de rozenstammen. Specifieker gezegd is P_{net} recht evenredig met de verandering in de massa van de rozenoogst **plus** de oogstsnelheid $H(t)$. Als we de **massa van de rozenoogst** aangeven met $\mathbf{M(t)}$ volgt er dus dat

$$P_{net}(t;d) \propto \frac{dM}{dt} + H(t). \tag{3}$$

Hierbij hoeven we in $M(t)$ slechts de massa van de oogst mee te nemen omdat we aangenomen hebben, zie sectie 3, dat de geproduceerde energie alleen gebruikt wordt om de oogst te laten groeien en er geen energie naar de struik gaat.

De totale massa van de rozenoogst wordt beschreven door

$$M(t) \propto \int_{h_0}^{h_{snij}} (h - h_0)\, d(h,t)\, \mathrm{d}h. \tag{4}$$

Hier wordt, voor een stam met lengte h, de stamdichtheidsfunctie $d(h,t)$ gewogen wordt met de stamlengte $h - h_0$ voor alle hoogtes tussen h_0 en h_{snij}, om de massa te krijgen. Differentiëren van de uitdrukking (4) voor $M(t)$ geeft, met substitutie van de advectievergelijking (2) voor d, dat

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &\propto -\, v(t;d) \int_{h_0}^{h_{snij}} (h - h_0)\, \frac{\partial d}{\partial h}\, \mathrm{d}h \\ &= \; v(t;d) \int_{h_0}^{h_{snij}} d(h,t)\, \mathrm{d}h - H(t), \end{aligned} \tag{5}$$

na partieel integreren van de rechterkant van de vergelijking. Uiteindelijk geeft substitutie van (5) in de uitdrukking voor P_{net} (3) de groeisnelheid in termen van P_{net} als

$$v(t;d) \propto \frac{1}{\int_{h_0}^{h_{snij}} d(h,t)\, \mathrm{d}h}\, P_{net}(t;d). \tag{6}$$

4.3 De netto fotosynthese-snelheid

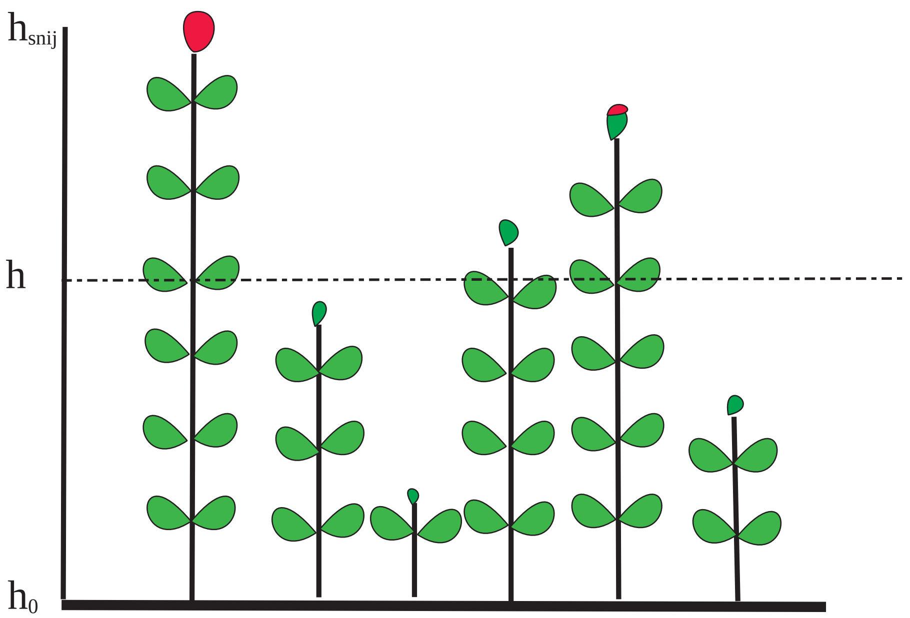
Onze volgende stap is om een uitdrukking voor de netto fotosynthese-snelheid P_{net} in (6) te bepalen. Aangezien dit de totale fotosynthese in de kas is, wordt deze bepaald door de fotosynthese van de oogst (de stammen) en de struik samen te nemen. Ofwel,

$$P_{net} = P_{oogst} + P_{struik},$$

waarin de bijdragen van de oogst en van de struik apart bepaald moeten worden.

Uit het lokale model, geïntroduceerd in sectie 2, volgt dat de fotosynthese-snelheid van een blad afhankelijk is van zowel zijn leeftijd als de hoeveelheid licht dat erop valt. Daarom is het heel erg belangrijk om de leeftijd- en hoogteverdeling van de bladeren goed te kunnen modelleren. Van nu af aan zullen we ons concentreren op het modelleren van deze dichtheden in de oogst, op de bepaling van de fotosynthese in de struik komen we later terug.

Om te beginnen definiëren we hiertoe een **bladdichtheidsfunctie** $\rho(\mathbf{h}, \mathbf{t})$ waarbij $\rho(h, t)\,\mathrm{d}h$ de *oppervlakte* van de bladeren geeft op hoogtes tussen h en $h + \mathrm{d}h$ per vierkante meter kas. Zolang $h_0 < h < h_{snij}$ is $\rho(h, t)$ gerela-



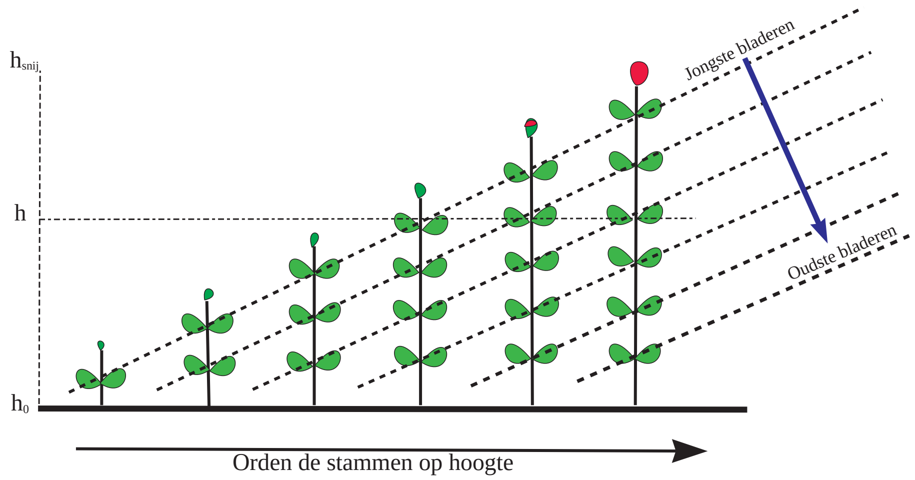
Figuur 3: Een schets van de kas op een bepaald tijdstip. Op een bepaalde hoogte h dragen alleen de rozenstammen met hoogtes groter dan h bij aan de bladoppervlakte en dus aan de bladdichtheidsfunctie $\rho(h, t)$. Kleiner stammen dragen niet bij.

teerd aan de stamdichtheidsfunctie $d(h,t)$ doordat alleen rozenstammen met een totale hoogte groter dan h bijdragen aan de bladoppervlakte op hoogte h. Stammen kleiner dan hoogte h dragen niet bij aan $\rho(h,t)$. Zie voor een schets hiervan figuur 3. Dit geeft dat

$$\rho(h,t) = k_\rho \int_h^{h_{snij}} d(\zeta,t)\,\mathrm{d}\zeta,$$

waar k_ρ een evenredigheids-constante is.

We moeten ook bepalen hoe de leeftijden verdeeld zijn op een bepaalde hoogte en daarom introduceren we de **leeftijddichtheidsfunctie $\mathbf{q(h,t)}$**. Deze is zo gedefinieerd dat $q(t,a,h)\,\mathrm{d}h\,\mathrm{d}a$ de bladoppervlakte van leeftijden tussen a en $a+\mathrm{d}a$ op hoogtes tussen h en $h+\mathrm{d}h$ per vierkante meter kas is. We hebben aangenomen dat de jongste bladeren bovenaan de stam zitten en de oudste onderaan, daarom is het duidelijk dat de leeftijd van een blad gerelateerd is aan zijn afstand tot de top van de stam. Dit is geschetst in figuur 4 waar we de rozenstammen geordend hebben op lengte. Om de relatie te versimpelen



Figuur 4: Door de stammen op hoogte te ordenen wordt het eenvoudiger om te zien wat de leeftijdsverdeling van bladeren op hoogte h is. De schets geeft de situatie weer waar de groeisnelheid benaderd is door een constante om de leeftijddichtheidsverdeling te vereenvoudigen.

nemen we aan dat de leeftijd van een blad recht evenredig is met zijn afstand tot de top van de stam. Hieruit volgt dat de hoogte van de stammen waaraan bladeren op hoogte h met leeftijd a zich bevinden, $h + \frac{a}{k}$ is, waarbij k de gemiddelde inverse groeisnelheid is (zie figuur 4). Uiteindelijk kunnen we dus afleiden dat

$$q(t,a,h) \propto d\left(h + \frac{a}{k}, t\right).$$

Vervolgens moet de hoeveelheid licht wat een blad bereikt nog bepaald worden. Deze lokale licht intensiteit op een blad hangt natuurlijk af van hoeveel het blad in de schaduw ligt, met andere woorden, van de blad bedekking (bladoppervlakte) boven het blad. De observatie dat alle stamhoogtes gelijkmatig door de kas verdeeld zijn suggereert dat bladeren op dezelfde hoogte in ongeveer dezelfde hoeveelheid schaduw liggen. Daarom is de verandering in de lichtintensiteit $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}h}$ voor hoogtes tussen h_0 en h_{snij} ook een functie van h. We nemen $\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}h}$ recht evenredig met $\rho(h,t)$ en met de **lichtintensiteit op hoogte h, $\mathbf{I(h,t)}$,** met evenredigheids-constante k_I:

$$\frac{dI(h,t)}{dh} = k_I\,\rho(h,t)\,I(h,t), \quad I(h_{snij}) = I_0(t).$$

Merk op dat $I_0(t)$ gedefiniëerd was als de totale hoeveelheid lichtintensiteit die in de kas binnenkomt. Ofwel, $I_0(t)$ is de lichtintensiteit die de bovenkant van de rozen bereikt. Bovenstaande vergelijking oplossen levert

$$I(h,t) = I_0(t)\,e^{-k_I \int_h^{h_{snij}} \rho(\zeta,t)\,\mathrm{d}\zeta}.$$

Met behulp van alle bovenstaande dichtheidsfuncties kunnen we de totale fotosynthese van de oogst per vierkante meter kas bepalen. Deze volgt uit de lokale fotosynthese-snelheid $P(t,a,h)$ van één blad met leeftijd a waarop een bepaalde lichtintensiteit I valt. De fotosynthese-snelheid van bladeren met leeftijden tussen a en $a+\mathrm{d}a$ op hoogtes tussen h en $h+\mathrm{d}h$ kan namelijk bepaald worden door $P(t,a,h)$ te wegen met de leeftijddichtheidsfunctie $q(t,a,h)$ en wordt gegeven door

$$q(t,a,h)\,P(t,a,h)\,\mathrm{d}a\,\mathrm{d}h.$$

Dit integreren over alle leeftijden en hoogtes in de oogst levert uiteindelijk de fotosynthese-snelheid in de oogst:

$$P_{oogst}(t;d) = \int_{h_0}^{h_{snij}} \int_0^{T_{max}} q(t,a,h)\,P(t,a,h)\,\mathrm{d}a\,\mathrm{d}h.$$

Hier is T_{max} de leeftijd van het oudste blad in de huidige rozenoogst; T_{max} is verschillend voor elk type rozen en hangt ook af van het seizoen.

4.4 De fotosynthese van de struik

Om de totale netto fotosynthese-snelheid P_{net} in (6) te bepalen moeten we ook een uitdrukking voor P_{struik} hebben. Deze kan op een soortgelijke manier verkregen worden als waarop P_{oogst} bepaald is, maar hiervoor is dan wel enige kennis nodig van de bladverdeling in de struik. Zoals aangenomen, wordt dit deel van de planten niet afgesneden. Wat we eigenlijk nodig hebben zijn uitdrukkingen voor de bladdichtheidsfunctie $\rho(h,t)$ en de leeftijddichtheidsfunctie

$q(t, a, h)$ in de struik. Ook moeten we de positie van de struik ten opzichte van de stammen weten. Of de struik bijvoorbeeld direct onder de stammen of ook gedeeltelijk naar de zijkanten overhangt is namelijk van invloed op de hoeveelheid licht dat de bladeren in de struik bereikt.

Relatief eenvoudige modellen voor de struik ontstaan door aan te nemen dat de struik direct onder de stammen ligt en daarom goed in de schaduw. Een simpel maar bruikbaar model wordt verkregen als we daarnaast ook nog aannemen dat bladeren van verschillende leeftijden uniform verdeeld zijn door de struik tussen $h = 0$ en $h = h_0$. Dit impliceert dat de gemiddelde hoogte in de struik $\frac{h_0}{2}$ en de gemiddelde leeftijd $\frac{\tau}{2}$ is, waarbij τ de lengte is van het groeiseizoen. Deze aannames leiden tot

$$P_{struik} \propto P(t, \frac{\tau}{2}, \frac{h_0}{2}).$$

Het is ook mogelijk om andere modellen voor de struik te combineren met ons model voor de kas. Dit is belangrijk voor de kweker omdat hiermee de vragen hoe en waar de struik moet groeien en hoe deze onderhouden moet worden voor een maximale rozenoogst, hopelijk beantwoord kunnen worden.

5 Schatten van de evenredigheidsconstanten

Tot nu toe hebben we een model beschreven voor de rozenproductie in een kas. In dit model komen een aantal evenredigheidsconstanten voor die nog onbekend zijn. De meeste van deze constanten kunnen bepaald worden door de rozenkweker door middel van metingen aan de rozenplanten. Dit zijn, bijvoorbeeld, de constante die de oppervlakte van de bladeren aan een stam per eenheid lengte beschrijft en de constante die de massa van de stam per eenheid lengte representeert. Er zijn twee evenredigheidsconstanten die niet door directe metingen aan de planten bepaald kunnen worden. Deze overgebleven constanten worden verkregen door het model te fitten aan data uit de kas. De data komt uit bestaande rozenkassen en geeft de massa van de rozenproductie per week met gemeten klimaatcondities weer. Voor meer details hoe dit in zijn werk gaat, zie [1]. Deze schatting van de constanten uit de meetgegevens is nog niet voltooid.

Na bepaling van alle evenredigheidsconstanten zou het in principe met behulp van het model mogelijk moeten zijn om de rozenkweker te helpen om de rozenproductie te maximaliseren. Dit kan door in de simulatie van het model de rozenproductie te optimaliseren afhankelijk van de klimaatcondities in de kas.

6 De toekomst

Natuurlijk zijn sommige van onze aannames om tot het model te komen een vereenvoudiging van de werkelijkheid. Een van de nadelen van onze aanpak lijkt het feit dat we veronderstellen dat de totale energie die voorkomt uit de fotosynthese van alle rozenplanten alleen gebruikt wordt voor de groei van de stammen. Dit is niet erg realistisch aangezien er bijvoorbeeld ook seizoensverschillen in de dikte van de geoogste rozenstammen voorkomen. In het bijzonder is de energie die nodig is voor het bloeien, wat een cruciaal punt is voor het tijdstip waarop een roos geoogst moet worden, niet bekeken. Ook is de energie die de planten gebruiken voor onderhoud en opslag niet meegenomen in het model. Om de rozen realistischer te kunnen modelleren hebben we gedetailleerdere gegevens nodig over hoe de totale fotosynthese verdeeld wordt over het groeien, de productie van meer bladeren, het ontstaan van nieuwe stammen (waarvoor we hier slechts een basis model gebruiken) en het bloeien. De eerste modellen van deze processen in een enkele rozenplant zijn aan het verschijnen in de literatuur en zouden verder onderzocht moeten worden.

Na een bezoek aan een rozenkas weten we ook dat onze aanname over de positie van de rozenstruik ten opzichte van de stammen niet altijd overeenkomt met de werkelijkheid. Dit is te zien op de volgende foto van de kas.

In deze kas wordt een deel van de struik naast de planten gebogen waardoor dit aanzienlijk meer licht ontvangt dan wanneer de struik onder de stammen zou zitten. Door een ander model voor de struik te ontwerpen zou ook dit geïmplementeerd kunnen worden in ons model voor de gehele kas.

Ondanks deze (en andere) tekortkomingen hopen we dat onze aanpak via stam-, blad- en leeftijddichtheidsfuncties flexibel genoeg zal blijken om te koppelen aan complexere en preciezere groei-modellen en dat dit zal leiden tot een accuraat, interactief model van een gehele rozenkas. Een voordeel van ons model is dat het vergeleken kan worden met echte data gemeten in kassen, dit is iets wat niet gedaan kon worden met het enkele blad model (het lokale model). Verdere verbeteringen aan het model en het schatten van de constanten is een interessante uitdaging voor een vervolgonderzoek in het optimaliseren van de rozenproductie.

Dank aan Onno Bokhove (Twente), Johan Dubbeldam (Eindhoven), Philipp Getto (Utrecht), Bas van 't Hof (Vortech Computing), Nick Ovenden (Eindhoven), Derk Pik (Leiden) and Georg Prokert (Eindhoven) in samenwerking met wie dit werk tot stand is gekomen. Ook dank aan Dick van der Sar van Phytocare, hij was degene die het probleem heeft voorgesteld.

Referenties

[1] Onno Bokhove, Johan Dubbeldam, Philipp Getto, Bas van 't Hof , Nick Ovenden, Derk Pik, Georg Prokert, Vivi Rottschäfer, Dick van der Sar, Roses are unselfish: a greenhouse growth model to predict harvest rates, *Proceedings 42nd Eur. Study Group Ind.* pp. 59–76, 2002.

[2] P.C. Harley, R.B. Thomas, J.F. Reynolds, & B.R. Strain, *Plant, Cell, and Environment* **15**, 271–282, 1992.

[3] S.-H. Kim & J.H. Lieth, *Proc. III Rose Research*, 111–119, 2001.